

بررسی عددی فیلتراسیون استاتیک و دینامیک سیال حفاری با در نظر گرفتن تراکم‌پذیری کیک گل: مقایسه شرایط جریان داری و غیرداری

محمد مشیرپناهی و محمدحسین غضنفری*

دانشکده مهندسی شیمی و نفت، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۲/۲۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۵/۹

چکیده

یکی از دلایل اصلی آسیب سازند تهاجم سیال حفاری به داخل سازند طی عملیات حفاری می‌باشد. از این جهت، مدل‌سازی و حل عددی این فرآیند در مهندسی نفت از اهمیت بالایی برخوردار است. این در حالی است که توجه کمتری به نقش رژیم جریان در چگونگی تهاجم صافاب سیال حفاری به داخل سازند شده است خصوصاً موقعی که کیک گل تراکم‌پذیر فرض شود. در این مطالعه، نفوذ استاتیک و دینامیک صافاب سیال حفاری پایه آبی در سیستم خطی در شرایط جریان داری و غیرداری از طریق مدل‌سازی عددی بررسی شده است. در مدل‌سازی، کیک گل تراکم‌پذیر، نفوذ ذرات جامد سیال حفاری به درون سازند و همچنین، سایز ذرات کیک به دلیل تنش برشی ناشی از جریان سیال حفاری در نظر گرفته شده است. برای لحاظ کردن کیک گل تراکم‌پذیر در مدل‌سازی از معادله تحلیلی جدیدی استفاده شده است. توزیع اشباع صافاب سیال حفاری نفوذ کرده در نمونه سنگ با استفاده از حل هم‌زمان معادله نفوذ-جابجایی با معادله ممنتوم در کنار موازنه جرم در سیستم به دست می‌آید. ضخامت کیک گل از حل معادله دیفرانسیل مرتبه اول با روش عددی رانگ-کوتا-فهلبرگ و توزیع اشباع صافاب در ناحیه تهاجم یافته از حل معادله دیفرانسیل جزئی با روش عددی زمان عقب‌گرد فضا میانی به دست آمد. نتایج حاصل از مدل‌سازی نشان می‌دهد که در نظر گرفتن تراکم‌پذیری کیک باعث می‌شود عمق تهاجم صافاب گل در سنگ بیشتر شود و همچنین، ضخامت کیک از 0.15 mm به حدود 0.13 mm کاهش یابد. در فیلتراسیون استاتیک جریان داری صافاب به درون نمونه سنگ برای سناریو کیک گل تراکم‌پذیر در حالتی که نفوذ ذرات جامد به درون مغزه در نظر گرفته می‌شود، عمق نفوذ صافاب حدوداً $4/4 \text{ cm}$ است. از طرف دیگر، عمق نفوذ صافاب در حالتی که نفوذ ذرات جامد در نظر گرفته نشود، به حدود $3/8 \text{ cm}$ کاهش می‌یابد. عمق نفوذ صافاب برای جریان داری در فیلتراسیون دینامیک به میزان $1/27 \text{ cm}$ بیشتر از فیلتراسیون استاتیک است. در جریان غیرداری در مدت زمان 30 min فیلتراسیون دینامیک، کل طول نمونه سنگ مورد تهاجم صافاب گل قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از این مطالعه می‌تواند به درک بهتر نفوذ سیال حفاری و رشد کیک در شرایط جریان غیرداری که سایز کیک مؤثر از تنش برشی سیال حفاری وجود دارد، کمک کند.

کلمات کلیدی: حل عددی، معادله نفوذ-جابجایی، نفوذ صافاب گل، جریان غیرداری، تراکم‌پذیری کیک

مقدمه

طی عملیات حفاری به دلیل نفوذ صافاب گل به درون سازند و به جای ماندن قسمت‌های جامد آن بر روی دیواره سازند، کیک گل تشکیل می‌شود که ضخامت آن با ادامه عملیات حفاری افزایش می‌یابد. ضخامت کیک گل وابسته به نشست ذرات جامد گل و سایش آن ناشی از اعمال تنش برشی گل حفاری است. از طرف دیگر رژیم جریان در نواحی نزدیک چاه ممکن است غیرداری باشد که در میزان نفوذ سیال حفاری به داخل سازند و ضخامت کیک مؤثر است. همچنین، کیک گل تحت شرایط جریانی می‌تواند متراکم شود [۱] و در نتیجه، تخلخل، تراوایی و ضخامت کیک با زمان تغییر می‌کند که به نوبه خود بر روی فرآیند فیلتراسیون گل حفاری تأثیر می‌گذارد. فیلتراسیون استاتیک زمانی رخ می‌دهد که گل حفاری بدون اعمال نیروی برشی بر سطح کیک ایجاد شده به درون نمونه سنگ فیلتر می‌شود. بنابراین، ذرات به صورت مداوم بر روی دیواره محیط متخلخل رسوب می‌کنند و ضخامت کیک گل با گذر زمان به صورت پیوسته افزایش پیدا می‌کند (در این حالت گل حفاری در گردش نیست). در فیلتراسیون دینامیک، گل حفاری بر سطح کیک ایجاد شده تنش برشی ایجاد می‌کند. بنابراین، ضخامت کیک گل تا زمانی که نرخ رسوب ذرات و میزان فرسایش آن‌ها یکسان شود، تغییر می‌کند و پس از آن، ضخامت کیک ثابت می‌شود. برای در نظر گرفتن اثرات هم‌زمان پدیده‌های فوق، بایستی معادلات حاکم به صورت هم‌زمان و از روش عددی حل شود تا بتوان تصویر مناسبی از تغییرات کمیت‌ها را بر حسب زمان در سیستم ارائه نمود. این تحقیق به این مورد می‌پردازد.

همان‌طور که توسط دینگ و همکاران توضیح داده شده است، در ابتدای فرآیند حفاری، به محض اینکه مته حفاری سازند را حفر می‌کند نفوذ سریع گل حفاری (هرزروی اولیه^۱) به درون سازند اتفاق می‌

افتد. نفوذ گل حفاری به دلیل عدم وجود کیک گل که مانع از ورود قسمت جامد گل به درون سازند هیدروکربوی می‌شود، اتفاق می‌افتد. در طول این دوره زمانی، نفوذ و ته نشینی همواره ذرات جامد گل در محیط متخلخل که یک کیک گل داخلی را ایجاد می‌کند، اتفاق می‌افتد. این دوره زمانی که به طور معمول کوتاه مدت است، در عرض چند دقیقه اتفاق می‌افتد. پس از آن، بیشتر ذرات جامد گل بر روی دیواره چاه می‌نشینند و یک کیک گل خارجی را ایجاد می‌کند. این کیک گل نرخ نفوذ صافاب سیال حفاری را به درون سازند کنترل می‌کند [۲]. برای تعیین شعاع تهاجم صافاب گل، روش‌های آزمایشگاهی و روش‌های تحلیلی وجود دارد. در روش‌های آزمایشگاهی، شعاع نفوذ صافاب به درون سازند به کمک اندازه‌گیری مقاومت الکتریکی سازند تعیین می‌شود [۴ و ۵]. از طرف دیگر، در روش‌های تحلیلی از مدل‌های نفوذ گل برای محاسبه غلظت صافاب در منطقه تهاجم یافته از دو مدل نفوذ صافاب گل تک فاز^۲ [۶-۸] و مدل نفوذ صافاب گل دوفازی^۳ [۹ و ۱۰] استفاده می‌کنند. دوان و شنورت آزمایشاتی را بر مبنای گل پایه آبی برای مطالعه رشد کیک گل و تهاجم صافاب گل انجام دادند [۱۱]. آن‌ها آزمایش‌هایی را به منظور تعیین پارامترهای کیک گل تراکم‌پذیر طراحی کردند. وو و همکاران همان نظریه را به صورت عددی شبیه‌سازی کردند و آنالیز حساسیت سنجی از خصوصیات کیک گل و خواص سنگ را بر زمان تکامل تهاجم جریان صافاب و کیک گل انجام دادند [۱۲ و ۱۳]. کلارک و برید روابط تجربی را برای بررسی فیلتراسیون استاتیک و دینامیک توسعه دادند [۱۴]. زای و چارلز نشان دادند که استفاده از گروه‌های بدون بعد استفاده از روابط تجربی را بهبود می‌بخشد [۱۵].

1. Spurt Loss.

2. Single-Phase mud-Filtrate Invasion Model.

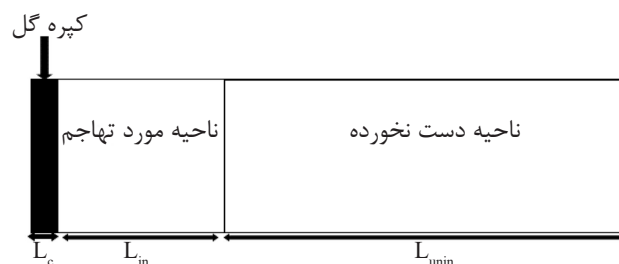
3. Two-phase mud-Filtrate Invasion Model

فیلتراسیون استاتیک صافاب گل در سیستم خطی در حالت جریان غیرداری: کیک گل تراکم‌پذیر برای پیش‌بینی ضخامت کیک گل و عمق تهاجم سیال حفاری ناشی از فیلتراسیون گل به درون سنگ، ابتدا معادله موازنه جرم با لحاظ کردن عبارت مربوط به نشست ذرات بر روی کیک گل (فیلتراسیون استاتیک) ارائه شده توسط سیوان [۴] و با بهبود معادلات به منظور لحاظ کردن تراکم‌پذیری کیک گل نوشته می‌شود و سپس، این معادلات با معادلات جریان صافاب در محیط متخلخل (معادله فورچیمر) و معادله نفوذ-جاب‌جایی هم‌بند می‌شوند. فرضیات مدل ارائه شده:

- نفوذ صافاب گل به درون مغزه به صورت یک بعدی در نظر گرفته می‌شود.
- سیستم مورد بررسی همگن و همسان‌گرد در نظر گرفته می‌شود.
- فرآیند صاف شدن گل به درون سیستم به صورت جریان تک فاز در نظر گرفته می‌شود.
- جریان سیال به صورت هم‌دمای در نظر گرفته می‌شود.
- هیدرو کربن سازندی تحت جاب‌جایی امتزاج‌ناپذیر توسط صافاب گل قرار می‌گیرد.
- تخلخل و تراوایی سیستم در طول نفوذ صافاب گل ثابت در نظر گرفته می‌شوند.
- از معادله فورچیمر برای محاسبه افت فشار سیال نفوذ کرده به سیستم در طول ناحیه مورد تهاجم استفاده می‌شود. شماتیک سیستم مورد بررسی در این شبیه‌سازی در شکل ۱ نشان آورده شده است.

مدل‌های ساده در بسیاری از مطالعات کاربردی به دلیل آسان تر بودن محاسبات استفاده می‌شوند. کاربرد بسیاری از مدل‌های تحلیلی ساده مانند مدل کالینز و هرمیا که قبلاً مورد استفاده قرار می‌گرفت، فقط می‌توانند فیلتراسیون خطی و دبی ثابت را شبیه‌سازی کنند [۱۶-۱۸]. با این حال، مدل‌های دیگری برای شبیه‌سازی فیلتراسیون فشار ثابت (حین حفاری چاه‌ها) مورد نیاز هستند. سیوان مدل‌های فیلتراسیون خطی بهبود یافته برای کیک گل غیرمتراکم و بدون در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون محیط متخلخل در حالت فیلتراسیون استاتیک و دینامیک را ارائه و صحت‌سنجی کرد [۱۹].

در این پژوهش، فیلتراسیون استاتیک و دینامیک گل حفاری پایه آبی به درون سیستم خطی در حالت جریان داری و غیرداری مدل‌سازی شده است. همچنین، نفوذ صافاب گل به درون سیستم با در نظر گرفتن شرایط کیک گل تراکم‌پذیر و نفوذ ذرات جامد گل به درون سازند بررسی شده است. برای لحاظ کردن کیک تراکم‌پذیر برخلاف کارهای قبلی که از روش‌های آزمایشگاهی استفاده می‌کردند، از روش تحلیلی و معادله جدیدی استفاده شده است. توزیع اشباع صافاب گل در داخل نمونه سنگ با استفاده از معادله نفوذ-جاب‌جایی^۱ برای شرایط متفاوت ذکر شده بالا محاسبه شده است. مدل ریاضی استفاده شده برای شبیه‌سازی نفوذ صافاب به داخل سنگ در حالت جریان داری با داده‌های آزمایشگاهی موجود در مراجع اعتبارسنجی شده است.



شکل ۱ نفوذ صافاب گل در سیستم خطی و تشکیل کیک گل بر روی دیواره نمونه سنگ

$$\frac{dx_c'}{dt} = \frac{u_{in} C_{solid} (1-\phi)}{(1-\phi_c) \rho_c} \quad (6)$$

اگر کیک گل تراکم‌پذیر باشد، میزان تغییرات ضخامت آن هنگامی که در معرض فشار گل حفاری قرار می‌گیرد طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$x_c = x_c' (1-c \Delta p) \quad (7)$$

که x_c ضخامت کیک تراکم‌پذیر، C تراکم‌پذیری کیک و $p \Delta$ برابر اختلاف فشار بین سیال حفاری و سازند است. بنابراین، نرخ تغییرات ضخامت کیک گل عبارت است از:

$$\frac{dx_c'}{dt} = \frac{u_{in} C_{solid} (1-\phi)}{(1-\phi_c) \rho_c} (1-c \Delta p) \quad (8)$$

از طرف دیگر، معادله جریان غیرداری صافاب گل در سیستم خطی عبارت است از:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} u + \beta \rho u^2 \quad (9)$$

که $\partial p / \partial x$ گرادیان فشار صافاب در طول ناحیه مورد تهاجم، μ ویسکوسیته صافاب، k تراوایی نمونه سنگ، u سرعت نفوذ صافاب در محیط متخلخل، β ضریب غیرداری و یا ضریب اینرسی و ρ دانسیته صافاب است. غیرداری شدن جریان سیال در محیط متخلخل با بررسی عدد رینولدز مشخص می‌شود. گرین و داویز تعیین کردند که اگر عدد رینولدز بحرانی (گذر بین جریان داری و غیرداری) به مقدار 0.1 برسد، جریان سیال در محیط متخلخل غیرداری می‌شود. تعریف آنان برای عدد رینولدز به صورت زیر است [۲۰]:

$$Re = k \beta \rho u / \mu \quad (10)$$

که Re عدد رینولدز، k تراوایی محیط متخلخل، β ضریب غیرداری، ρ دانسیته سیال، u سرعت سیال در محیط و μ ویسکوسیته سیال است. با انتگرال‌گیری از معادله ۹ از p_0 تا p_L و از $x=0$ تا $x=L$ در زمان $t=0$ و $x_c=0$ به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\Delta p = p_0 - p_L = \frac{\mu L}{KA} q_0 + \frac{\beta \rho L}{A^2} q_0^2 \quad (11)$$

در شکل ۱، L_c ، L_{in} و L_{unin} به ترتیب نشان‌دهنده طول کیک گل تشکیل شده، طول ناحیه مورد تهاجم و طول ناحیه دست نخورده است. جرم ذرات جامد (m_c) که بر روی دیواره نمونه سنگ قرار می‌گیرند و کیک گل را تشکیل می‌دهند عبارت است از [۴]:

$$m_c = A x_c' (1-\phi_c) \rho_c \quad (1)$$

که در این رابطه، ρ_c چگالی کیک گل، ϕ_c تخلخل کیک گل و x_c' ضخامت کیک گل بدون در نظر گرفتن تراکم‌پذیری کیک گل می‌باشد. نرخ رشد کیک گل برابر با تفاضل نرخ رسوب^۱ ذرات بر کیک و نرخ فرسایش^۲ ذرات از روی آن می‌باشد. نرخ رسوب کیک تابعی از اختلاف فشار و تراوایی سازند است. با ضخیم‌تر شدن کیک نرخ رسوب کیک کاهش می‌یابد و نهایتاً با برقراری تعادل بین نرخ رسوب و نرخ فرسایش، ضخامت کیک ثابت می‌شود. نرخ رسوب کیک گل با در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد به درون سازند عبارت است از:

$$d_c = A u_{in} C_{solid} (1-\phi) \quad (2)$$

که A سطح مقطع مغزه و u_{in} سرعت نفوذ صافاب گل به درون سنگ، C_{solid} غلظت ذرات جامد در گل حفاری و ϕ تخلخل سنگ است. اگر نفوذ ذرات جامد که با حفرات سنگ در ارتباط هستند را به درون سازند در نظر نگیریم معادله توصیف‌کننده نرخ رسوب ذرات به درون سازند با معادله زیر توصیف می‌شود:

$$d_c = A u_{in} C_{solid} \quad (3)$$

نرخ برداشت ذرات از روی کیک گل که ناشی از نیروی برشی اعمال شده توسط سیال حفاری بر سطح کیک می‌باشد، عبارت است از:

$$d_e = k_\tau \tau A \quad (4)$$

که k_τ نرخ فرسایش و τ تنش برشی چرخش گل حفاری است. در فیلتراسیون استاتیک $d_e=0$. بنابراین، نرخ تجمع ذرات بر روی دیواره عبارت است از:

$$\frac{dm_c}{dt} = d_c - d_e = A u_{in} C_{solid} (1-\phi) \quad (5)$$

نرخ تغییر ضخامت کیک گل با ترکیب معادله ۱ و ۵ عبارت است از:

کوتا- فلهبرگ^۱، حل کرد سپس، با جای‌گذاری ضخامت کیک گل در هر زمان مشخص در معادله ۱۴ می‌توان نرخ آنی نفوذ صافاب گل را به درون نمونه سنگ به دست آورد. در گام بعدی، معادله نفوذ- جابه‌جایی برای پیش‌بینی اشباع صافاب گل نمونه سنگ در ناحیه مورد تهاجم ارائه می‌شود.

مدل توصیف‌کننده اشباع صافاب در ناحیه مورد تهاجم سنگ

اشباع صافاب گل در طول ناحیه مورد تهاجم بسته به پراکندگی سازند^۲، تخلخل سازند، سرعت فیلتراسیون و زمان متغییر است. برای ساده‌سازی، فرض بر این است که سرعت صافاب گل در طول نمونه سنگ ثابت و محیط متخلخل همگن و همسان‌گرد است. با فرض ثابت بودن تخلخل و

تراوایی سازند و تراکم‌ناپذیر بودن سیال، اشباع صافاب گل برای جریان خطی عبارت است از [۲۲]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{u(t)}{\phi(1-S_{wi}-S_{or})} \frac{\partial C}{\partial x}, t > 0, 0 < x < L \quad (17)$$

در این معادله، C اشباع صافاب گل، t زمان، D ضریب نفوذ^۴، x مکان، u(t) سرعت صافاب، S_{wi} اشباع آب تقلیل‌ناپذیر^۵ و S_{or} اشباع نفت باقی‌مانده است. شرایط اولیه عبارت است از:

$$C(x, 0) = 0, 0 < x < L \quad (18)$$

و شرایط مرزی:

$$C(0, t) = C_f \quad (19)$$

و

$$\frac{\partial C}{\partial x}(L, t) = 0 \quad (20)$$

سرعت صافاب گل مورد استفاده در معادله ۱۷ با استفاده از معادله ۱۴ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$u(t) = \frac{q(t)}{A} \quad (21)$$

که اگر معادله ۱۱ را برحسب q₀ مرتب کنیم، میزان حجم صافاب گل نفوذ کرده به درون سنگ در زمان عدم وجود کیک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_0 = \frac{-\frac{\mu L}{KA} + \sqrt{\left(\frac{\mu L}{KA}\right)^2 + 4 \frac{\beta \rho_c L}{A^2} \Delta p}}{2 \frac{\beta \rho_c L}{A^2}} \quad (12)$$

با انتگرال‌گیری از معادله ۹ از p₀ (x_c < 0) تا p_L و از x = -x_c تا x = L در زمان t = t و x_c = x_c(t) داریم:

$$\Delta p = p_{x_c(x_c < 0)} - p_L = \frac{\mu}{A} \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right) \quad (13)$$

$$q(t) + \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L) q^2(t)$$

چون که اختلاف فشار بین سیال حفاری و سیال سازندی ثابت فرض شده بنابراین، از ترکیب معادلات ۱۲ و ۱۳ داریم:

$$q(t) = \frac{-\frac{\mu}{A} \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right) + \sqrt{\left[\frac{\mu}{A} \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right) \right]^2 + 4 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L) \left(\frac{\mu L}{KA} q_0 + \frac{\beta \rho_c L}{A^2} q_0^2 \right)}}{2 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L)} \quad (14)$$

$$\frac{dx_c}{dt} = \left[\frac{C_{\text{water}}}{A} \left(\frac{-\frac{\mu}{A} \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right) + \sqrt{\left[\frac{\mu}{A} \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right) \right]^2 + 4 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L) \left(\frac{\mu L}{KA} q_0 + \frac{\beta \rho_c L}{A^2} q_0^2 \right)}}{2 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L)} \right) \right] \rho_c (1 - \phi_c) \quad (15)$$

$$(1-c\Delta p)$$

در معادله ۱۴، ضریب غیرداریسی با استفاده از رابطه تجربی ارائه شده توسط ویس کرمی و همکاران مطابق معادله زیر محاسبه می‌شود [۲۱]:

$$\beta = 6.9051 \times 10^9 \times K^{-1.0477} \phi_c^{-1.5649} \quad (16)$$

که β ضریب غیرداریسی برحسب m⁻¹ و K تراوایی برحسب md است. برای محاسبه میزان حجم صافاب نفوذ کرده به داخل سیستم، ابتدا باید تغییرات ضخامت کیک گل با زمان را از معادله ۱۵ محاسبه نمود. معادله ۱۵ یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول از نوع معادله کوشی^۱ است. که می‌توان آن را با روش‌های حل عددی اختلاف محدود، روش رانگ-

1. Cauchy Problem
2. Runge-Kutta-Fehlberg method.
3. Formation Dispersivity
4. Dispersion Coefficient
5. Irreducible Water Saturation

معادله ۲۴ رشد کیک گل را در حالت فیلتراسیون دینامیک نشان می‌دهد. در این معادله اگر عبارت را حذف کنیم، مدل توصیف‌کننده رشد کیک در شرایط فیلتراسیون استاتیک حاصل می‌شود. برای اعمال کردن خاصیت تراکم‌پذیر بودن گل از ضریب تراکم‌پذیری کیک به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{dx_c}{dt} = \left\{ \frac{k \Delta p (1-\emptyset) C_{solid}}{\mu_f L (1-\phi_c) \rho_c} \frac{k_c/k}{k_c/k + x_c(t)/L} - \frac{k_c \tau}{(1-\phi_c) \rho_c} \right\} \quad (25)$$

$$\{(1-c\Delta p)\}, x_c(0) = 0$$

که c ضریب تراکم‌پذیری کیک گل می‌باشد. معادله ۲۵ برای حالت نفوذ ذرات جامد گل به درون سنگ توسعه داده شده است. اگر نفوذ ذرات گل را به درون سنگ در نظر نگیریم، مدل توصیف‌کننده به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{dx_c}{dt} = \left\{ \frac{k \Delta p}{\mu_f L (1-\phi_c) \rho_c} \frac{k_c/k}{k_c/k + x_c(t)/L} - \frac{k_c \tau}{(1-\phi_c) \rho_c} \right\} \quad (26)$$

$$\{(1-c\Delta p)\}, x_c(0) = 0$$

مدل ارائه‌کننده رشد کیک گل در فیلتراسیون دینامیک گل حفاری در حالت رژیم جریانی غیرداری صافاب به درون سازند با اضافه کردن عبارت مربوط به سایش ذرات در معادله ۱۵ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{dx_c}{dt} = \quad (27)$$

$$\left[\frac{C_{solid} \left(\frac{\mu \left(\frac{x_c(t)+L}{K_c} \right) \pm \sqrt{\left[\frac{\mu \left(\frac{x_c(t)+L}{K_c} \right)}{A} \right]^2 + 4 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t)+L) \left(\frac{\mu L}{KA} q_0 + \frac{\beta \rho_c L}{A^2} q_0^2 \right)}}{2 \frac{\beta \rho_c}{A} (x_c(t)+L)} \right) - k_c \tau}{\rho_c (1-\phi_c)} \right] \quad (1-c\Delta p)$$

مانند حالت فیلتراسیون استاتیک پس از محاسبه تغییر ضخامت کیک برحسب زمان، سرعت نفوذ صافاب به داخل نمونه سنگ و با استفاده از معادله نفوذ - جابه‌جایی توزیع اشباع صافاب متهاجم در داخل سنگ محاسبه می‌شود.

معادله ۱۷ یک معادله دیفرانسیل جزئی با متغیر وابسته اشباع صافاب و متغیرهای مستقل زمان و مکان می‌باشد. این معادله را با اعمال کردن شرط اولیه و شرایط مرزی (معادله ۱۸ تا ۲۰) می‌توان با روش زمان عقب‌گرد فضا میانی^۱ به صورت عددی حل کرد. ضریب نفوذ را می‌توان به صورت ترکیب خطی از نفوذ مولکولی D_m و نفوذ همرفتی D_e ، به صورت زیر بیان کرد [۲۳]:

$$D = D_e + D_m \quad (22)$$

ضریب نفوذ مولکولی ناچیز فرض می‌شود. بعضی از پژوهشگران رابطه تجربی زیر را برای محاسبه ضریب نفوذ همرفتی ارائه کرده‌اند:

$$D_e = fu^g \quad (23)$$

که f و g پارامترهای تجربی هستند [۲۴].

فیلتراسیون دینامیک صافاب گل در سیستم خطی در حالت جریان داری و غیرداری: کیک گل تراکم‌پذیر

برای مدل‌سازی جریان داری نفوذ صافاب در سیستم خطی از مدل ارائه شده توسط وینداتو و همکاران [۲۲] و با بهبود معادلات برای در نظر گرفتن تراکم‌پذیری کیک گل استفاده شده است. معادله نهایی ارائه شده توسط وینداتو و همکاران برای محاسبه ضخامت کیک گل برحسب زمان به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{k \Delta p (1-\emptyset) C_{solid}}{\mu_f L (1-\phi_c) \rho_c} \frac{k_c/k}{k_c/k + x_c(t)/L} - \frac{k_c \tau}{(1-\phi_c) \rho_c}, x_c(0) = 0 \quad (24)$$

در این معادله، x_c ضخامت کیک گل، t زمان، k تراوایی نمونه سنگ، $p\Delta$ افت فشار دو سر نمونه، \emptyset تخلخل سنگ، C_{solid} غلظت ذرات جامد در گل، μ_f ویسکوزیته صافاب گل، L طول نمونه سنگ، ϕ_c تخلخل کیک گل، ρ_c دانسیته کیک، k_c تراوایی کیک، k_p نرخ برداشت ذرات از روی کیک و τ تنش برشی وارد شده به کیک گل توسط گل حفاری در گردش است.

1. Backward Time Centered Space (BTCS)

نتایج شبیه‌سازی

مدل ارائه شده برای پیش‌بینی عمق نفوذ و اشباع صافاب گل در نمونه سنگ در حالت فیلتراسیون دینامیک و استاتیک، جریان دارسی و غیردارسی صافاب در محیط متخلخل، نفوذ و یا عدم نفوذ ذرات جامد گل به درون سنگ و همچنین تراکم‌پذیر بودن و نامتراکم بودن گل استفاده شده است. این مدل با استفاده از نرم‌افزار MATLAB شبیه‌سازی شده است. صحت مدل با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی وان و همکاران بررسی و تأیید شده است [۲۵].

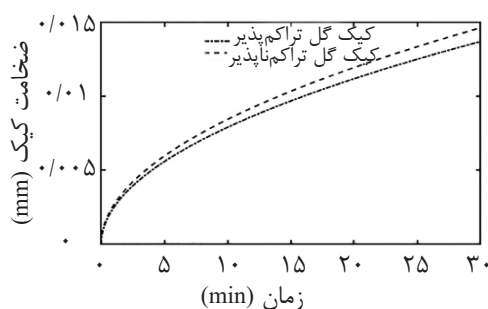
فیلتراسیون استاتیک، جریان دارسی، عدم نفوذ ذرات جامد به درون سنگ

برای نمونه سنگ و سیال حفاری در گردش که خصوصیات آنها در جدول ۱ آورده شده است، فیلتر شدن گل به درون نمونه سنگ به مدت ۳۰ min شبیه‌سازی شده است. تغییرات ضخامت کیک گل

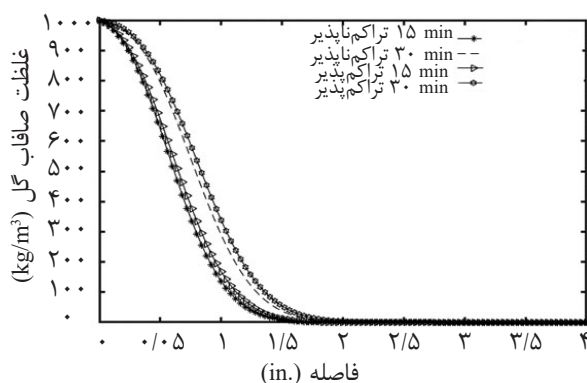
برحسب زمان و توزیع اشباع صافاب در نمونه سنگ در حالت جریان دارسی و بدون در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون سنگ و برای دو سناریو مختلف کیک تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر به ترتیب در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است. مطابق شکل ۲، پس از ۳۰ min فیلتر شدن گل به درون سنگ ضخامت کیک در حالت تراکم‌پذیر بودن کیک به ۰/۱۳ mm و در حالت تراکم‌ناپذیر بودن آن به نزدیک ۰/۱۵ mm می‌رسد. همچنین، این شکل نشان می‌دهد که با ادامه فرآیند فیلتراسیون گل، فاصله بین دو منحنی کیک تراکم‌پذیر و کیک تراکم‌ناپذیر افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۳ در می‌یابیم که در حالت کیک تراکم‌پذیر، عمق تهاجم صافاب گل در سنگ بیشتر است و در هر قسمت از ناحیه تهاجم یافته، همواره مقدار اشباع صافاب تهاجم کرده در حالت کیک تراکم‌پذیر بیشتر از اشباع صافاب در حالت کیک تراکم‌ناپذیر است.

جدول ۱ داده‌های ورودی مدل‌سازی

نماد	مقدار	پارامتر
k	۱۹/۲ mD	تراوایی نمونه سنگ
kc	۰/۰۰۰۰۰۱۱۹ mD	تراوایی کیک گل
ϕ	۰/۱۴۵۱	تخلخل نمونه سنگ
ΔP	۲/۷۶ MPa	افت فشار دو سر نمونه سنگ در حالت جریان دارسی
ΔP	۱۶/۵۶ MPa	افت فشار دو سر نمونه سنگ در حالت جریان غیردارسی
Swi	۰/۳۲۴۵	اشباع آب تقلیل نیافتنی
Sor	۰/۳	اشباع نفت باقی‌مانده
L	۴ in	طول نمونه سنگ
A	۲۰/۴۲ cm ²	سطح مقطع سنگ
ϕ_c	۰/۱	تخلخل کیک گل
	۲۴۴۰ kg/m ³	دانسیته کیک گل
	۴۰ kg/m ³	غلظت ذرات جامد در گل حفاری
	۱ cp	ویسکوسیته صافاب گل
	۱۰۰۰ kg/m ³	غلظت صافاب گل
C	۰/۰۰۰۰۱	ضریب تراکم‌پذیری کیک گل



شکل ۲ نمودار رشد کیک گل در حالت جریان داری و بدون در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون سنگ



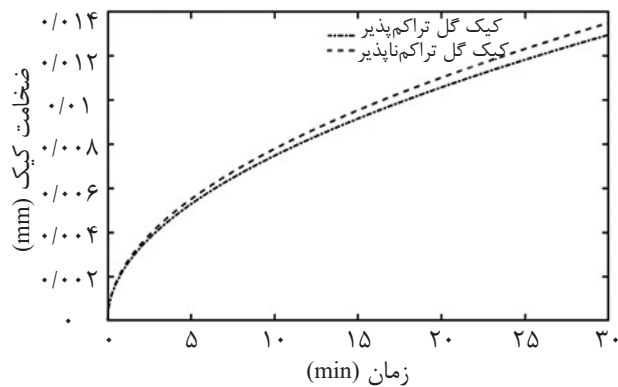
شکل ۳ نمودار توزیع اشباع صافاب در حالت جریان داری و بدون در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون نمونه فیلتراسیون استاتیک، جریان داری، نفوذ ذرات جامد به درون سنگ

با مقایسه شکل‌های ۲-۵ می‌توان دریافت که به هر میزان کیک گل تشکیل شده بر روی دیواره چاه ضخیم‌تر شود، عمق نفوذ صافاب گل به درون سازند کمتر است.

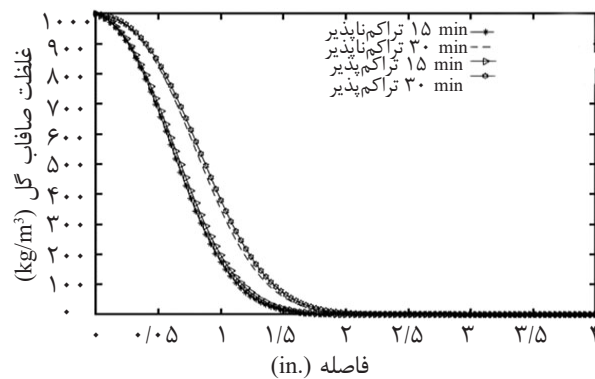
فیلتراسیون استاتیک، جریان غیرداری، نفوذ ذرات جامد به درون سنگ

برای شبیه‌سازی جریان غیرداری، اختلاف فشار دو سر نمونه سنگ را برای قرارگیری عدد رینولدز در محدوده جریان غیرداری افزایش داده شد. در شبیه‌سازی جریان غیرداری، خصوصیات نمونه سنگ و کیک گل (تخلخل و تراوی) همانند حالت جریان داری فرض شد. با بررسی عدد رینولدز به این نتیجه می‌توان دست یافت که اگر اختلاف فشار دو سر نمونه سنگ به مقدار $16/56 \text{ MPa}$ برسد، عدد رینولدز $0/11$ حاصل می‌شود و بنابر معیار گرین، جریان غیرداری را در محیط متخلخل خواهیم داشت.

نمودار رشد کیک و توزیع صافاب در سنگ برای حالت جریان داری در محیط متخلخل اما با در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد به درون سنگ برای مقایسه با سناریو قبلی به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده‌اند. با مقایسه شکل ۲ و شکل ۴ می‌توان دریافت که میزان رشد نهایی کیک گل پس از 30 min فیلترشدن گل به درون نمونه سنگ در حالت نفوذ ذرات گل به درون نمونه سنگ کمتر از ضخامت نهایی کیک در حالت در نظر نگرفتن نفوذ ذرات به درون نمونه سنگ است. بدیهی است که با نفوذ ذرات گل به درون نمونه سنگ، حجم کل ذرات جامد ته نشین شده بر روی کیک گل کاهش یافته و بنابراین، کیک گل ضخامت کمتری خواهد داشت. همچنین، میزان عمق مورد تهاجم نمونه توسط صافاب گل در حالت کیک متراکم و با در نظر گیری نفوذ ذرات جامد حدوداً $1/75 \text{ in}$ است، در حالی که عمق نفوذ صافاب در حالت کیک متراکم و در نظر نگرفتن نفوذ ذرات جامد حدوداً $1/5 \text{ in}$ است.



شکل ۴ نمودار رشد کیک گل در حالت جریان دارسی و در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون سنگ



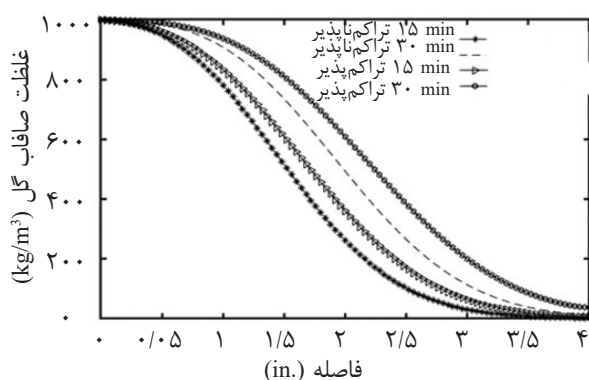
شکل ۵ نمودار توزیع اشباع صافاب در حالت جریان دارسی و در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون نمونه

دارسی و غیردارسی با فرض متراکم بودن کیک گل و نفوذ ذرات جامد گل به درون نمونه سنگ نشان می‌دهد. در حالت جریان غیردارسی، 0.5 in از نمونه سنگ دچار تهاجم کامل صافاب شده است، به طوری که اشباع صافاب در این فاصله به مقدار اشباع بیشینه خود رسیده است.

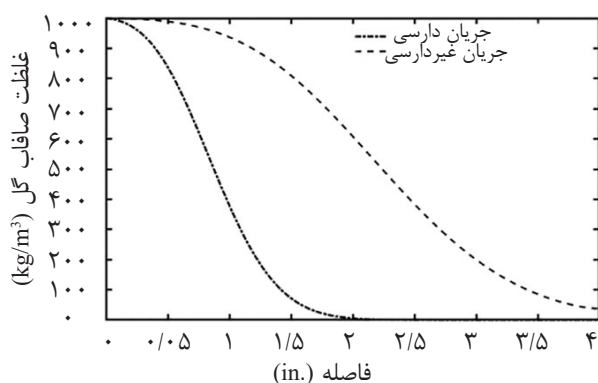
فیلتراسیون دینامیک، جریان دارسی و غیردارسی، نفوذ ذرات جامد به درون سنگ

برای مدل‌سازی فیلتراسیون دینامیک گل حفاری، عبارت تنش برشی (معادله ۴) در مدل‌های توسعه داده شده برای جریان دارسی و غیردارسی لحاظ شده است. شکل ۸ رشد کیک گل را برای این سناریو نشان می‌دهد. مطابق این شکل، به دلیل اینکه سرعت جریان گل و به تبع آن، سرعت فیلتر شدن آن به درون سنگ در حالت رژیم جریان غیردارسی بیشتر است، ضخامت نهایی کیک در این رژیم جریان بیشتر از رژیم جریان دارسی است.

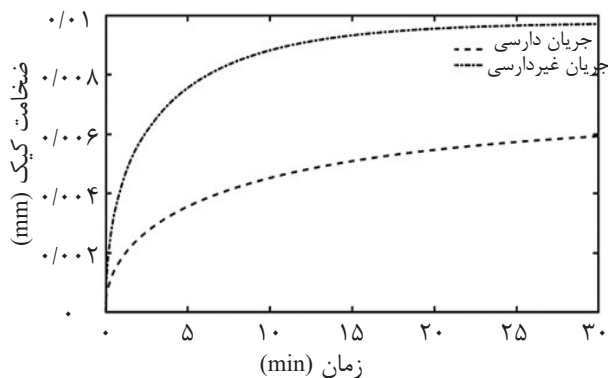
نتایج حاصل از شبیه‌سازی این سناریو پس از ۱۵ و ۳۰ min فیلتر شدن گل به درون سنگ در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل نمایان است، چونکه در حالت جریان غیردارسی، سرعت نفوذ صافاب در محیط متخلخل در مقایسه با جریان دارسی خیلی بالا می‌باشد، کل نمونه سنگ پس از ۳۰ min فیلتر شدن استاتیک گل به درون آن مورد تهاجم صافاب قرار می‌گیرد. با مقایسه شکل ۶ و شکل ۵ در می‌یابیم که فاصله بین دو منحنی اشباع صافاب برای حالت کیک تراکم‌پذیر و کیک تراکم‌ناپذیر در حالت جریان غیردارسی صافاب بیشتر از فاصله بین این دو منحنی در جریان دارسی صافاب به درون نمونه سنگ است که این نشان می‌دهد افزایش شعاع نفوذ صافاب به دلیل کاهش ضخامت کیک (کیک تراکم‌پذیر) در حالت جریان غیردارسی بسیار شدیدتر از حالت جریان دارسی است. شکل ۷ مقایسه بین توزیع غلظت صافاب گل را پس از ۳۰ min تصفیه استاتیک گل حفاری در حالت جریان



شکل ۶ نمودار توزیع اشباع صافاب در حالت جریان غیرداری و در نظر گرفتن نفوذ ذرات جامد گل به درون نمونه



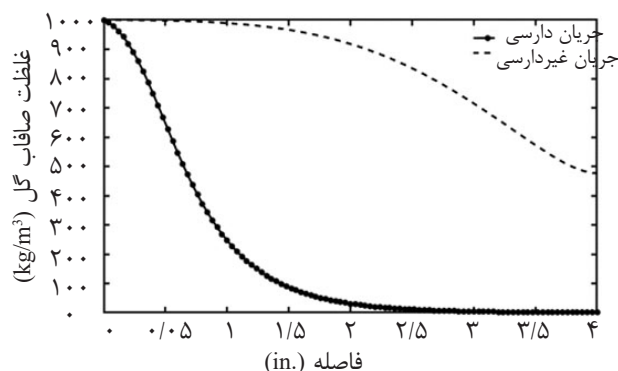
شکل ۷ نمودار اشباع فیلترت پس از ۳۰ min تصفیه استاتیک گل در دو حالت جریان داری و غیرداری به درون نمونه سنگ



شکل ۸ افزایش ضخامت کیک گل در مدت زمان ۳۰ min فیلتراسیون دینامیک گل

حالت جریان داری و در حالت فیلتراسیون دینامیک در حدود $0/5$ in بیشتر از حالت فیلتراسیون استاتیک است. همچنین، برای جریان غیرداری در حالت فیلتراسیون دینامیک علاوه بر اینکه کل نمونه سنگ مورد تهاجم صافاب قرار می‌گیرد، اشباع صافاب تقریباً در نیمه اول نمونه سنگ به اشباع بیشینه می‌رسد. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که آسیب وارده به سازند در حالت فیلتراسیون دینامیک بیشتر از فیلتراسیون استاتیک است.

توزیع صافاب گل در سنگ در شکل ۹ نشان داده شده است. ضخامت کیک گل در فیلتراسیون دینامیک برخلاف فیلتراسیون استاتیک پس از گذشت مدت زمان خاصی در یک مقدار مشخصی ثابت می‌شود. در واقع در این زمان خاص نرخ برداشت ذرات از روی سطح کیک به دلیل تنش برشی که از طرف گل بر سطح آن اعمال می‌شود با مقدار نرخ نشست ذرات بر روی سطح کیک یکسان می‌شود. با مقایسه شکل ۷ و ۹ متوجه می‌شویم که عمق نفوذ صافاب در



شکل ۹ توزیع صافاب گل پس از ۳۰ min فیلتراسیون دینامیک گل به درون سنگ

نتیجه گیری

است.

- در مدت ۳۰ min فیلتراسیون دینامیک صافاب به درون نمونه سنگ ضخامت کیک گل در حالت رژیم جریان غیرداریسی تقریباً 0.04 mm بیشتر از ضخامت کیک گل در حالت رژیم جریان داریسی صافاب است.

- افزایش شعاع نفوذ صافاب به دلیل کاهش ضخامت کیک (کیک تراکم پذیر) در حالت جریان غیرداریسی بسیار شدیدتر از حالت جریان داریسی است.

- در هر دو شرایط جریان داریسی و غیرداریسی صافاب و برای فیلتراسیون دینامیک و استاتیک با نصف شدن زمان فیلتر شدن گل، عمق نفوذ صافاب در مغزه نصف نمی شود. این نتیجه نشان می دهد در زمان های ابتدایی که ضخامت کیک گل بسیار کوچک است نرخ نفوذ صافاب به درون نمونه سنگ بسیار زیاد است و عمده تهاجم صافاب در زمان های اولیه فیلتراسیون اتفاق می افتد. عمق نفوذ صافاب در نمونه سنگ در حالت فیلتراسیون دینامیک به دلیل فرسایش یافتن سطح کیک توسط گل حفاری و کاهش مقاومت کیک در برابر جریان صافاب در مقایسه با فیلتراسیون استاتیک بیشتر است.

- داده ها و نتایج مربوط به شرایط فیلتراسیون دینامیک می تواند کمک شایانی به پیش بینی شرایط ناحیه تهاجم یافته و مقدار ضخامت کیک گل در حالت واقعی حفاری چاه های نفت و گاز به هنگام استفاده از گل حفاری پایه آبی داشته باشد.

در این تحقیق معادله ریاضی نفوذ صافاب گل حفاری به درون سازند برای سیستم جریان خطی ارائه شده است. در این مدل، جریان داریسی و غیرداریسی صافاب گل به درون سازند و کیک گل تراکم پذیر در نظر گرفته شده است. برای لحاظ کردن تراکم پذیری کیک گل، معادله تحلیلی جدیدی ارائه شد. برای پیش بینی ضخامت کیک گل از معادله موازنه جرم همبند شده با معادله جریان سیال در محیط متخلخل استفاده شده است. توزیع صافاب گل در نمونه سنگ با استفاده از معادله نفوذ-جابجایی حاصل شد. تهاجم صافاب گل وابسته به سرعت آن در محیط متخلخل می تواند از نوع نفوذ-غالب و یا جابه جایی-غالب باشد. در حل عددی معادله دیفرانسیل جزئی اشباع صافاب برحسب مکان و زمان، هنگامی که گام زمانی برابر با 0.01 s و گام مکانی 0.04 in انتخاب شدند، نتایج حاصل از شبیه سازی توسط نرم افزار متلب با داده های آزمایشگاهی وان و همکاران در انطباق است. نتایج مدل سازی نشان داد که ضخامت کیک گل وابسته به اختلاف فشار دو سر آن، تراوایی سازند، تخلخل و تراوایی کیک گل است. همچنین، نتایج نشان داد که:

- در مدت ۳۰ min فیلتر شدن گل در فیلتراسیون استاتیک جریان داریسی صافاب به درون نمونه سنگ، ضخامت کیک در حالت تراکم پذیر بودن آن 0.13 mm و در حالت تراکم ناپذیر بودن آن 0.15 mm

K_c : تراوایی کیک گل (m^2)	علاوه بر این، مدل‌سازی های گزارش شده در این تحقیق می‌تواند دید نوینی را در برآورد شعاع ناحیه تهاجم یافته سازند توسط صافاب و همچنین، در زمینه تفسیر داده‌های چاه پیمایی در خصوص داده‌های پتروفیزیکی ناحیه نزدیک دیواره چاه فراهم سازد.
k_f : نرخ فرسایش (s^{-1})	
L : طول مغزه (m)	
m_c : جرم ذرات جامد (kg)	
P : فشار (Pa)	
q : نرخ صافاب در مغزه (m^3/s)	
Re : عدد رینولدز (بدون بعد)	
S_{wi} : اشباع آب تقلیل‌ناپذیر (کسر)	
S_{or} : اشباع نفت باقی‌مانده (کسر)	
t : زمان (s)	
u : سرعت نفوذ صافاب در محیط متخلخل (m/s)	
u_m : سرعت نفوذ صافاب گل به درون سنگ (m/s)	
x_c : ضخامت کیک تراکم‌پذیر (m)	
x'_c : ضخامت کیک گل (m)	
β : ضریب اینرسی (m^{-1})	
$p\Delta$: اختلاف فشار بین سیال حفاری و سازند (Pa)	
μ : ویسکوسیته صافاب (Pa.s)	
ρ : دانسیته صافاب (kg/m^3)	
ρ_c : چگالی کیک گل (kg/m^3)	
τ : تنش برشی چرخش گل حفاری (Pa)	
\emptyset : تخلخل سنگ (کسر)	
ϕ_c : تخلخل کیک گل (کسر)	
	علائم و نشانه‌ها
	A : سطح مقطع مغزه (m^2)
	c : تراکم‌پذیری کیک (Pa^{-1})
	C : اشباع صافاب گل (kg/m^3)
	C_f : غلظت صافاب (kg/m^3)
	C_{solid} : غلظت ذرات جامد در گل حفاری (kg/m^3)
	D : ضریب نفوذ (m^2/s)
	D_e : نفوذ هم‌رفتی (m^2/s)
	D_m : نفوذ مولکولی (m^2/s)
	d_c : نرخ رسوب ذرات (kg/s)
	d_e : نرخ برداشت ذرات (kg/s)
	f : پارامتر تجربی ۵۱/۷ (بدون بعد)
	g : پارامتر تجربی ۱/۴۷۴۹۵ (بدون بعد)
	k : تراوایی نمونه سنگ (m^2)

مراجع

- [1]. Tien C., Bai R. and Ramarao B., "Analysis of cake growth in cake filtration: Effect of fine particle retention," AIChE journal, Vol. 43, No. 1, pp. 33-44, 1997.
- [2]. Ding Y. and G. Renard., "Modelling of near-wellbore formation damage for open hole horizontal wells in anisotropic media," in SPE European Formation Damage Conference, Society of Petroleum Engineers, 2003.
- [3]. Bennion B., "Formation damage-the impairment of the invisible, by the inevitable and uncontrollable, resulting in an indeterminate reduction of the unquantifiable!," Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 38, Issue 02, 1999.
- [4]. Civan F., "Reservoir formation damage-fundamentals, modeling, assessment, and mitigation, Gulf Professional Pub," 3rd ed., Elsevier, Gulf publishing company, Houston, Texas, Burlington, pp. 1-741, 2007.
- [5]. Malik, M., Salazar J. M., Wang G. and Torres-Verdin C., "Effects of petrophysical properties on array-induction measurements acquired In the presence of oil-base mud-filtrate invasion1," Petrophysics, Vol. 49, Issue 1, 2008.
- [6]. Civan F. and Engler T., "Drilling mud filtrate invasion—improved model and solution," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 11, No. 3, pp. 183-193, 1994.

- [7]. Parn-anurak, S. and T.W. Engler, "Modeling of fluid filtration and near-wellbore damage along a horizontal well," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 46, Issue 3, pp. 149-160, 2005.
- [8]. Gunawan A. Y., P. Sukarno and Soewono E., "Modelling of formation damage due to mud filtrate invasion in a radial flow system," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 100, pp. 99-105, December 2012.
- [9]. Ramakrishnan T. and Wilkinson D., "Formation producibility and fractional flow curves from radial resistivity variation caused by drilling fluid invasion," Physics of Fluids, Vol. 9, Issue 4, pp. 833-844, 1997.
- [10]. Fan Y., Hu Y. and Li H., "Numerical simulation of mud-cake dynamic formation and reservoir mud filtrate invasion," Well Logging Technology, Vol. 37, Issue 5, pp. 466-471, 2013.
- [11]. Chenevert M. and Dewan J., "A model for filtration of water-base mud during drilling: determination of mud-cake parameters," Petrophysics, Vol. 42, Issue 03, 2001.
- [12]. Wu J., Torres-Verdin C., Sepehrnoori K. and Delshad M., "Numerical simulation of mud filtrate invasion in deviated wells," in SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Society of Petroleum Engineers, 2001.
- [13]. Sepehrnoori K., Proett M. A. and Wu J., "The influence of water-base mud properties and petrophysical parameters on mudcake growth, filtrate invasion, and formation pressure," Petrophysics, Vol. 46, Issue 01, 2005.
- [14]. Clark P. E. and Barbat O., "The analysis of fluid-loss data," In: SPE 18971 Paper, Proc., SPE Joint Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium and Exhibition, Denver, Colorado, 1989.
- [15]. Charles D.D. and Xie X., "New concepts in dynamic fluid-loss modeling of fracturing fluids," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 17, Issue 1-2, pp. 29-40, 1997.
- [16]. Collins R. E., "Flow of fluids through porous materials," 1976.
- [17]. Hermia J., "Constant pressure blocking filtration laws-application to power-law non-Newtonian fluids," Chem. Eng. Res. Des., Vol. 60, pp. 183-187, 1982.
- [18]. de Nevers N., "Product in the way processes," Chemical Engineering Education, pp. 146-151, 1992.
- [19]. Civan F., "Incompressible cake filtration: mechanism, parameters, and modeling," AIChE journal, Vol. 44, Issue 11, pp. 2379-2387, 1998.
- [20]. Green L., "Fluid flow through porous metals," J. Appl. Mech., Vol. 18, pp. 39-45, 1951.
- [21]. Veyskarami M., Hassani A. H. and Ghazanfari M. H., "A new insight into onset of inertial flow in porous media using network modeling with converging/diverging pores," Computational Geosciences, Vol. 22, Issue 1, pp. 329-346, 2018.
- [22]. Gunawan A.Y., P. Sukarno and Soewono E., "Modeling of mud filtrate invasion and damage zone formation," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 77, Issue 3-4, pp. 359-364, 2011.
- [23]. Donaldson E. C. and Chernoglazov V., "Characterization of drilling mud fluid invasion," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 1, Issue 1, pp. 3-13, 1987.
- [24]. Perkins T. and Johnson O., Soc. of Petroleum Eng. J, 1963. 3: pp. 70-84.
- [25]. Van J., Jiang G. and Wu X., "Evaluation of formation damage caused by drilling and completion fluids in horizontal wells," Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 36, Issue 05, 1997.



Petroleum Research

Petroleum Research, 2020(February-March), Vol. 29, No. 109, 8-11

DOI: 10.22078/pr.2019.3682.2683

Numerical Investigation of Static and Dynamic Mud Filtration Considering Compressibility of Mud Cake: Comparison of Darcian and Non-Darcian Flow Conditions

Mohammad Moshirpanahi and Mohammad Hossain Ghazanfari*

Petroleum and Chemical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

ghazanfari@sharif.edu

DOI: 10.22078/pr.2019.3682.2683

Received: March/11/2018

Accepted: July/31/2019

INTRODUCTION

During drilling operation due to mud filtrate invasion into the formation, a mud cake is formed on well wall, and its thickness increases during drilling. Mud cake thickness depends on both of wear due to shear stress of drilling mud and deposition of mud solid particles into the formation. Moreover, static filtration occurs when the drilling mud is filtered into the formation without shear force applied to the cake surface. Therefore, the particles continuously precipitates in the formation's wall, and the cake thickness increases continuously over time. In dynamic filtration, drilling mud applied a shear stress on the cake surface. Therefore, mud cake thickness increases until the particle deposition rate and particle erosion rate are be equal, after which cake thickness is fixed. In both static and dynamic filtration, a mud fil-

trate invades into the formation.

Laboratory and analytical methods are available to determine the mud filtrate invasion radius in the formation. In laboratory methods, the mud filtrate invasion depth in the formation is determined by measuring the electrical resistance of the formation [1, 2]. On the other hand, in analytical methods, mud invasion model is used to calculate filtrate concentration in the invaded zone, single phase mud filtrate invasion models [3] and two phase mud filtrate invasion models [4]. Some experiments on water based mud to study cake growth and mud filtrate invasion have been conducted by Dewan and Chenevert [5]. Wu et al simulated the same theory numerically and performed a sensitivity analysis on the cake and rock properties to study filtrate invasion and mud cake evolution time [6]. Empirical correla-

tion to investigate static and dynamic filtration has been developed by Clark and Barbat [7].

In this study, the static and dynamic water based drilling mud filtration into a linear system in Darcy and non-Darcy flow condition is simulated. Mud filtrate invasion in different scenarios such as considering compressible mud cake and penetration of solid particles into the formation have also been investigated. Unlike previous studies that have used laboratory methods, a new analytical equation is used to incorporate compressible mud cake in models. The convection-diffusion equation is used to calculate filtrate saturation distribution in the rock sample for the different conditions mentioned above. The mathematical model that used to simulate

the filtrate invasion in porous media is validated with laboratory data available in the literature.

GOVERNING EQUATIONS

To predict mud cake thickness and filtrate invasion depth in the formation, mass balance equation which developed by Civan was used [8]. Then, the equations were improved to consider cake compressibility. Finally, these equations were coupled with fluid flow in porous media (the Forchheimer's equation) and the convection-diffusion equation.

The cake thickness model in non-Darcy flow condition by considering cake compressibility is as follows:

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{\frac{C_{solid}}{A} \left(\frac{-\mu \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right) \pm \sqrt{\left[\frac{\mu \left(\frac{x_c(t)}{K_c} + \frac{L}{K} \right)}{A} \right]^2 + 4 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L) \left(\frac{\mu L}{KA} q_0 + \frac{\beta \rho_c L}{A^2} q_0^2 \right)}}{2 \frac{\beta \rho_c}{A^2} (x_c(t) + L)} \right)}{\rho_c (1 - \phi_c)} (1 - c \Delta p) \quad (1)$$

Where, x_c is cake thickness, t is time, C_{solid} is solid concentration in the mud, A is sample cross-section area, μ is fluid viscosity, K_c is cake permeability, L is sample length, K is core sample permeability, β is non-Darcy coefficient, ρ_c is cake density, q_0 is filtrate spurt loss, ϕ_c is cake porosity, c is cake compressibility, and Δp is differential pressure.

This first order differential equation was numerically solved by Runge–Kutta–Fehlberg method. To calculate mud filtrate saturation in the invaded zone, the convection-diffusion equation is used (Equation 2):

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{u(t)}{\phi(1 - S_{wi} - S_{or})} \frac{\partial C}{\partial x}, t > 0, 0 < x < L \quad (2)$$

Where, C is filtrate concentration, D is diffusion coefficient, $u(t)$ is filtrate velocity in invaded zone, ϕ is core sample porosity, S_{wi} is irreducible water saturation, and S_{or} is residual oil saturation. The above PDE with following initial and boundary conditions has numerically solved by backward time centered space method, as seen in the following relations (Equations 3, 4, and 5):

$$C(x, 0) = 0, 0 < x < L \quad (3)$$

$$C(0, t) = C_f \quad (4)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(L,t) = 0 \tag{5}$$

RESULTS AND DISCUSSION

Mud filtration into core sample in 30 minutes is simulated by MATLAB software. Cake thickness in two different scenario, compressible and incompressible mud cake, in Darcian flow condition shown in Figure 1. As shown in this figure, after 30 minutes mud filtration, the cake thickness in compressible condition is lower than cake thickness in incompressible condition. Moreover, according to Figure 2, it is obvious that mud filtrate invasion depth in compressible cake condition is greater than filtrate invasion depth in incompressible cake condition.

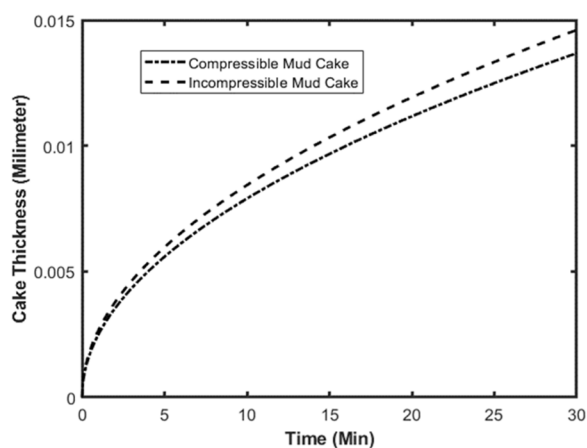


Figure 1: Cake thickness growth in compressible and incompressible cake condition (Darcian flow).

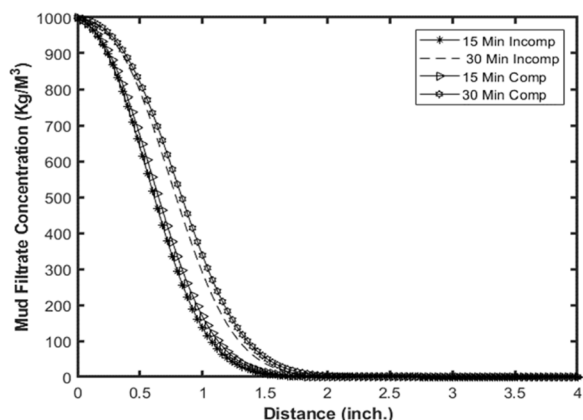


Figure 2: Filtrate saturation distribution in core sample in 30 minutes mud filtration (Darcian flow).

In static mud filtration into core sample, filtrate saturation distribution is shown in Figure 3. It is clear that filtrate velocity in Non-Darcy flow is greater than filtrate velocity in Darcian flow condition. Therefore, the filtrate invasion depth in Non-Darcy flow is much greater than filtrate invasion depth in Darcian flow. In Non-Darcian flow condition, the entire core sample invaded by mud filtrate. Filtrate saturation distribution in Darcian and Non-Darcian flow condition in dynamic filtration is shown in Figure 4. In Darcian flow condition, about half of the core length is invaded by mud filtrate. On the other hand, in Non-Darcy flow condition, the entire sample is invaded by mud filtrate. In Non-Darcy flow, the flow turbulence has been much more than that filtrate saturation in ¼ of the core length reached the maximum value.

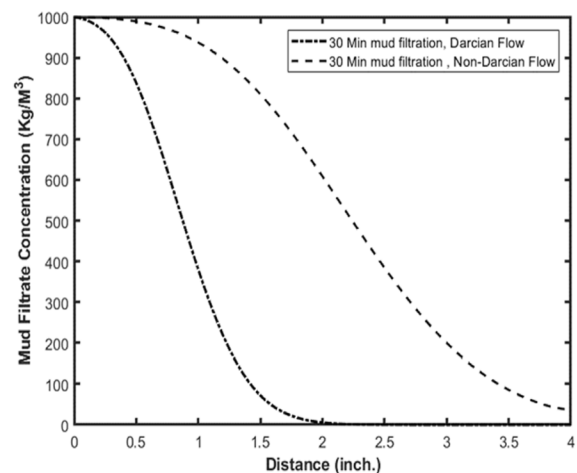


Figure 3: Filtrate saturation distribution in Darcian and Non-Darcian flow conditions (Static filtration).

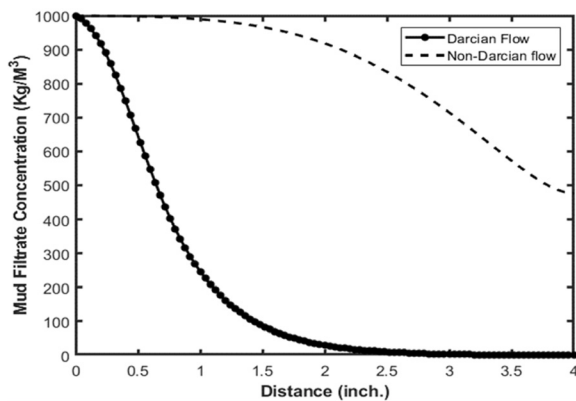


Figure 4: Filtrate saturation distribution in Darcian and Non-Darcian flow conditions (Dynamic filtration).

CONCLUSIONS

In this research, a mathematical model for drilling mud invasion into formation in a linear flow system is presented. To solving the partial differential equation numerically, the time step and grid length set to 0.01 seconds and 0.04 inch respectively. Also the results shows that:

In 30 minutes static mud filtration in Darcy flow in rock sample, cake thickness in incompressible scenario is 0.002 mm greater than cake thickness in compressible scenario.

Filtrate invasion radius in non-Darcy flow is greater than invasion radius in Darcy flow.

In 30 minutes dynamic mud filtration, cake thickness in Non-Darcy flow condition is about 0.004 mm greater than cake thickness in Darcy flow condition.

In static and dynamic filtration at both Darcy and Non-Darcy flow condition, filtration time and invasion depth are not linearly independent.

Results and output data from dynamic filtration scenario can be used to predict invasion depth and cake thickness in drilling operation when water based mud is used.

REFERENCES

[1]. Civan F., "Reservoir formation damage-

fundamentals, modeling, assessment, and mitigation, Gulf Professional Pub," 3rd ed., Elsevier, Gulf publishing company, Houston, Texas, Burlington, pp. 1-741, 2007.

[2]. Malik, M., Salazar J. M., Wang G. and Torres-Verdin C., "Effects of petrophysical properties on array-induction measurements acquired in the presence of oil-base mud-filtrate invasion1," Petrophysics, Vol. 49, No. 1, 2008.

[3]. Civan F. and Engler T., "Drilling mud filtrate invasion—improved model and solution," Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 11, No. 3, pp. 183-193, 1994.

[4]. Fan, Y., Y. Hu, and H. Li, "Numerical simulation of mud-cake dynamic formation and reservoir mud filtrate invasion," Well Logging Technology, 2013. 37(5): pp. 466-471.

[11]. Chenevert, M. and J. Dewan, "A model for filtration of water-base mud during drilling: determination of mudcake parameters," Petrophysics, Vol. 42, Issue 03, 2001.

[5]. Wu, J., Torres-Verdin C., Sepehrnoori K. and Delshad M., "Numerical simulation of mud filtrate invasion in deviated wells. in SPE Annual Technical Conference and Exhibition," Society of Petroleum Engineers, 2001.

[6]. Clark P. E., Barbat O., The analysis of fluid-loss data. In: SPE 18971 Paper, Proc., SPE Joint Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium and Exhibition, Denver, Colorado, 1989.

[7]. Civan F., "Reservoir formation damage," Gulf Professional Publishing, 2015.