

## ویژگی‌نامه ازدیاد برداشت نفت با استفاده از روش‌های پایه آبی

## تخمین توابع اشباع با مدل تکه‌ای پیوسته با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک چند هدفه

مجید شش‌بلوکی، حسین خیرالهی و الناز خداپناه\*

دانشکده مهندسی نفت و گاز، پژوهشکده نفت و گاز، سهند، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۰۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۱/۲۱

## چکیده

تراوایی نسبی یکی از پارامترهای دارای نقش کلیدی در مطالعات مهندسی مخزن و ازدیاد برداشت است. برای تعیین مقادیر این پارامتر از روش‌های مختلفی شامل مطالعات آزمایشگاهی، روابط تجربی و تحلیلی استفاده می‌گردد. در این مطالعه از تطابق تاریخچه داده‌های تولیدی آشام و تخلیه (داده‌های افت فشار و نفت تولیدی جمععی) و نتایج شبیه‌سازی سیلاب‌زنی در مغزه با در نظر گرفتن مدل‌های تجربی مختلف مانند مدل‌های Corey، Brooks-Corey و مدل تحلیلی تکه‌ای پیوسته برای تخمین منحنی‌های تراوایی نسبی استفاده گردید. برای این کار الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند تک هدفه و چند هدفه ژنتیک برای تعیین ضرایب مدل‌های تجربی و مدل تکه‌ای پیوسته به کار گرفته شد. ضرایب مدل‌های فوق و مقدار میانگین مربعات خطا به ترتیب به‌عنوان پارامترهای تصمیم‌گیری و تابع هدف در نظر گرفته شد. در فرآیند آشام مدل Corey با بهینه‌سازی تک هدفه و مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی چند هدفه عملکرد بهتری داشتند. در فرآیند تخلیه مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی چند هدفه و مدل Brooks-Corey با بهینه‌سازی چند هدفه بهترین عملکرد را داشتند. نتایج نشان‌دهنده عملکرد مناسب مدل تکه‌ای پیوسته برای فرآیندهای آشام و تخلیه با ضرایب همبستگی به ترتیب برابر با ۰/۹۹۵۷ و ۰/۹۹۳۲ با استفاده از الگوریتم ژنتیک تک هدفه بود. علاوه بر این جبهه‌ای از پاسخ‌های بهینه به کمک الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک چند هدفه ایجاد گردید و در نهایت به منظور تصمیم‌گیری در خصوص بهترین پاسخ از الگوریتم‌های تصمیم‌گیری استفاده گردید. نتایج به دست آمده دقت بالای کاربرد مدل تکه‌ای پیوسته را برای فرآیندهای آشام و تخلیه با ضرایب همبستگی به ترتیب برابر با ۰/۹۹۱۶ و ۰/۹۹۵۸ نشان داد. بنابراین، مدل تکه‌ای پیوسته به‌عنوان یک روش کارآمد برای تخمین تراوایی نسبی براساس تطابق داده‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی پیشنهاد می‌گردد.

کلمات کلیدی: تراوایی نسبی، تابع تکه‌ای پیوسته، بهینه‌سازی، الگوریتم ژنتیک، تطابق تاریخچه

## مقدمه

به‌عنوان شاخص ظرفیت و توانایی سازند در هدایت سیالات مخزن محسوب می‌شود. در محیط‌های چند فاز برای بیان قابلیت هدایت محیط از عبارت تراوایی نسبی استفاده می‌شود که یکی

تراوایی خاصیتی از محیط متخلخل است که

\*مسئول مکاتبات

khodapanah@sut.ac.ir

آدرس الکترونیکی

شناسه دیجیتال: (DOI: 10.22078/pr.2024.5266.3337)

تنظیم هستند و ابتدا باید مقادیر بهینه پارامترهای آنها را تعیین و سپس برای تخمین تراوایی نسبی استفاده نمود [۷]. Purcell و Gates و همکاران، مدل‌های تراوایی نسبی را تابعی از فشار موینگی ارائه کردند و برای ساده‌سازی، محیط متخلخل را با لوله‌های موینه با اندازه‌های متفاوت جایگزین نمودند [۷ و ۸]. Fatt و همکاران، رابطه‌ای را با پیروی از روش Purcell و با فرض ارتباط شعاع حفره‌های هادی با ضریب سنگ شناسی<sup>۱</sup> و تابعی از اشباع پیشنهاد کردند [۹]. Burdine روابطی مشابه روابط Purcell با اعمال یک ضریب پیچیدگی<sup>۲</sup> که تابعی از اشباع فاز تر می‌باشد ارائه نمود. در این مدل، رابطه فاز ترکننده نسبت به فاز غیر ترکننده نتایج بهتری ارائه می‌داد [۱۰]. Corey، روابطی را براساس ترکیب روابط Brooks-Corey و Purcell برای مخازن تحت مکانیسم تخلیه یا تزریق گاز ارائه کرد که به لحاظ سادگی بسیار مورد توجه قرار گرفت و برای فشار موینگی یک رابطه خطی بین  $P_c$  و اشباع مؤثر در نظر گرفت [۱۱]. Johnson، روابط Corey را با ارائه یک روش گرافیکی برای محاسبه ثابت رابطه، به شکل ساده‌ای درآورد [۱۲]. Wyllie و همکاران، روابطی مشابه روابط Brooks-Corey را برای محاسبه تراوایی نسبی سیستم آب-نفت در فرآیند تخلیه و با استفاده از داده‌های فشار موینگی، ارائه نمودند. Wyllie و همکاران، همچنین روابط تجربی ساده‌ای را مشابه روابط Johnson برای تراوایی نسبی آب-نفت در فرآیند تخلیه برای سنگ با جنس و جورشده‌گی‌های مختلف پیشنهاد کردند. Pirson، با استفاده از داده‌های پتروفیزیکی سنگ‌های آب دوست و دانه‌ای، روابطی را برای محاسبه تراوایی نسبی فازهای ترکننده و غیر ترکننده در دو فرآیند تخلیه و آشام ارائه نمود [۱۳]. Corey و Brooks، رابطه اصلی و از ترکیب با رابطه Burine، روابطی را برای تراوایی

از مهم‌ترین خواص جریان‌ی محیط متخلخل است و اثر قابل توجهی در ارزیابی عملکرد مخزن دارد. بنابراین، تعیین دقیق منحنی‌های تراوایی نسبی ضروری می‌باشد [۱ و ۲]. معمولاً تراوایی نسبی در آزمایشگاه با استفاده از آنالیز داده‌های شدت جریان و افت فشار جریان دو فازی سیال درون مغزه به روش‌های پایا و ناپایا تعیین می‌شود. از مزایای روش پایا می‌توان به آسانی تحلیل و پراکندگی کمتر داده‌ها و از معایب این روش به طولانی بودن مدت زمان انجام آزمایش‌ها اشاره کرد. با توجه به اینکه در روش‌های ناپایا نیازی به رسیدن به حالت تعادل نمی‌باشد، بنابراین برای محاسبه تراوایی نسبی دو فازی معمولاً از این روش‌ها استفاده می‌شود. در نتیجه تراوایی نسبی در مدت زمان کوتاه‌تری به دست می‌آید؛ اگرچه تحلیل داده‌ها مشکل‌تر است [۳]. با توجه به اینکه روش‌های آزمایشگاهی معمولاً زمان‌بر و پرهزینه می‌باشند، بنابراین تخمین داده‌های تراوایی نسبی از روش‌های دیگر یک نیاز اساسی است. معمولاً روش‌های ناپایا شامل روش‌های تحلیلی، نیمه تحلیلی و تطابق تاریخچه می‌باشد [۴]. از نرم‌افزارهای شبیه‌سازی با در اختیار داشتن مدل استاتیکی و دینامیکی مناسب از مخزن، می‌توان به‌عنوان روش غیرآزمایشگاهی در پیش‌بینی عملکرد آینده مخازن بهره برد. برای ایجاد مدل مناسب مخزنی می‌توان از روش تطابق تاریخچه استفاده کرد. تراوایی نسبی به‌عنوان یک پارامتر مورد استفاده در تطابق تاریخچه، دارای عدم قطعیت می‌باشد [۵]. مدل‌های تراوایی نسبی، معمولاً با استفاده از روش‌های آنالیز رگرسیون خطی و غیرخطی و برخی از روش‌های تحلیلی-عددی در دو دسته توسعه داده شده‌اند؛ مدل‌های فاقد پارامترهای قابل تنظیم که اغلب تابعی از خواص سنگ، اشباع سیال و فشار موینگی می‌باشند و معمولاً برای بازه‌های مشخصی از خواص سنگ توسعه داده شده‌اند. اما دسته دیگر مدل‌هایی برحسب اشباع فاز تر می‌باشند که دارای پارامترهای قابل

1. Lithology Factor  
2. Tortuosity

Kulkarni و همکاران، تراوایی نسبی را با توابع قانون توانی مدل‌سازی کردند و با استفاده از تطابق تاریخچه اتوماتیک نتیجه گرفتند که در جریان خطی، استفاده از تابع چند هدفه نسبت به تابع تک هدفه، عدم قطعیت کمتری در تعیین تراوایی نسبی دارد [۲۴]. Parvaz Davani و همکاران، برای تزریق گاز در شرایط تزریق نزدیک امتزاجی، روش تطابق تاریخچه را به‌عنوان روشی بهینه در تخمین تراوایی نسبی پیشنهاد کردند [۲۵]. Alizade و همکاران با مقایسه روش تحلیلی JBN و روش تطابق تاریخچه در تخمین تراوایی نسبی و فشار موئینه نتیجه گرفتند که روش تحلیلی، تنها مقادیر تراوایی نسبی را به‌دست می‌دهد، در حالی که روش تطابق تاریخچه، می‌تواند مقادیر تراوایی نسبی و فشار موئینگی را به‌طور هم‌زمان تخمین بزند [۲۶]. Ganje Qazvini و همکاران، با استفاده از تطابق تاریخچه برای سیستم‌های مغزه ترکیبی، نتیجه گرفتند که مهم‌ترین عامل در تراوایی نسبی، نوع چیدمان آنها براساس خواص سنگ است [۲۷].

با توجه به این‌که مدل‌های تراوایی نسبی فاقد پارامترهای قابل تنظیم، معمولاً برای بازه‌های مشخصی از خواص سنگ توسعه داده شده‌اند، انتظار می‌رود در همان بازه عملکرد مناسبی داشته باشند [۷]. از سوی دیگر در بیشتر مدل‌های فاقد پارامترهای قابل تنظیم، پارامتری که بتواند مقادیر تراوایی نسبی در نقاط انتهایی را مد نظر قرار دهد اعمال نشده است. همچنین، این روابط براساس شرایط آزمایشگاهی مورد استفاده پژوهشگران به‌دست آمده است و ممکن است در موارد مشابه دقت مناسبی نداشته باشد. در نتیجه پژوهشگران مدل‌هایی را تعمیم دادند که علاوه بر انحنای نمودار که با پارامتر توانی قابل تنظیم است، نقاط انتهایی منحنی را نیز می‌توان کنترل کرد. این مدل‌ها با عنوان مدل‌های دارای پارامترهای قابل تنظیم شناخته می‌شوند (جدول ۱).

نسبی تخلیه، با توانی از پارامتری که بیانگر مقیاسی از توزیع اندازه حفرات محیط بود، ارائه نمودند [۱۴]. Honarpour و همکارانش، Koederitz و Ibrahim، براساس مطالعاتی آزمایشگاهی و داده‌های تجربی با استفاده از آنالیز و رگرسیون خطی، روابطی را بر پایه پارامترهای خواص سنگ و سیال در گستره مشخصی از خواص سنگ و اشباع سیال توسعه دادند [۱۵] و [۱۶]. برای سیستم آب-نفت در فرآیند آشام روابطی را با لحاظ کردن تراوایی نسبی نقاط انتهایی، برای بازه مشخصی از خواص سنگ و سیال ارائه نمودند [۱۷]. Shen و همکاران، برای سیستم آب-نفت، روابطی را برحسب توابعی از اشباع و کشش سطحی بین دو فاز ارائه نمودند [۱۸]. Mosavat و همکاران، روابطی را براساس مدل Corey با لحاظ کردن اثر فشار، گرانی و نرخ جریان در فرآیند آشام برای سیستم آب-نفت سنگین توسعه دادند [۱۹]. Xu و همکاران، رابطه‌ای تجربی برای محاسبه تراوایی نسبی آب در سیستم آب-نفت ارائه نمودند. آنها با آزمایش بر روی نمونه مغزه ماسه سنگی آب-دوست، اثر تغییرات گرادیان فشار در جابه‌جایی دو فاز را بر روی منحنی تراوایی نسبی بررسی نمودند [۲۰]. Archer و همکاران اولین پیشنهاد استفاده از روش تطابق تاریخچه را ارائه کردند؛ آنها به تخمین پارامترهای مدل‌های تراوایی نسبی ساده پرداختند و در تطابق تاریخچه از روش آزمون و خطا استفاده کردند [۲۱]. Mc.Caffery و همکاران، روش تطابق تاریخچه را با استفاده از رگرسیون غیرخطی برای داده‌های آزمایشگاهی سیلاب‌زنی مغزه اعمال کردند و با اضافه کردن یک عبارت خطی به عبارات قانون توانی، مدل‌سازی تراوایی نسبی را انجام دادند [۲۲]. Watson و همکاران، تخلخل، نفوذپذیری مطلق و نفوذپذیری نسبی را با تطابق تاریخچه خودکار داده‌های تولید، برای سیستم‌های دو بعدی نفت-آب با تراوایی و تخلخل همگن، با استفاده از مدل قانون توانی دو پارامتری، به‌طور هم‌زمان تخمین زدند [۲۳].

جدول ۱ بررسی تاریخچه مطالعات مربوط به تخمین منحنی‌های توابع جریان

رابطه	مزایا و معایب
Corey [۱۱]	این روابط حالت تعمیم یافته رابطه Corey می‌باشند که در آنها نقاط انتهایی نمودارها لزوماً برابر با یک نیست، در نتیجه علاوه بر انحنای نمودار که با پارامتر توانی قابل تنظیم است، می‌توان نقاط انتهایی نمودار را نیز کنترل کرد. روابط ارائه شده در بازه گسترده‌ای از اشباع نمی‌توانند مطابقت مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی داشته باشند.
Brooks-Corey [۱۴]	روابط Brooks و Corey حالت تعمیم یافته روابط ارائه شده توسط Corey می‌باشد که در مقایسه با روابط Corey، علاوه بر پارامتری که نقاط انتهایی نمودار را کنترل می‌کند، پارامتر دیگری که مقیاسی از توزیع اندازه حفرات می‌باشد و با استفاده از منحنی فشار موینگی به دست می‌آید، اعمال شده است.
Sigmund-Mc.Caffery [۲۲]	همان رابطه تعمیم یافته Corey می‌باشد که با اضافه شدن یک عبارت خطی که ضریب آن به صورت تجربی قابل محاسبه است، ارائه شده است. با استفاده از این رابطه شیب منحنی تراوایی نسبی را در نقاط ابتدایی می‌توان کنترل کرد.
Chierici [۳۵]	روابط Chierici روابطی دو پارامتری بر پایه تابع نمایی می‌باشد. Chierici ادعا کرد که روابط ارائه شده با منحنی‌های تجربی تعیین شده، به‌ویژه در نقاط ابتدایی و پایانی آنها، بهتر از روش Corey مطابقت دارند.
LET [۳۶]	روابط LET روابط سه پارامتری هستند که در تمام بازه‌های اشباع انعطاف مناسبی دارند و در اشباع‌های بالا و پایین تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی نشان می‌دهند. پارامتر L بخش پایینی منحنی و پارامتر T بخش بالایی منحنی را کنترل می‌کند و پارامتر E به شیب منحنی مربوط می‌شود.

مغزه در آزمایشگاه، از نتایج سیلاب‌زنی آزمایشگاهی شامل سنگ آبدوست قوی در فرآیند آشام و سنگ نفت دوست قوی در فرآیند تخلیه با خواص سنگ و سیال مطابق جدول ۲، جدول ۳ و جدول ۴ استفاده شده است. در این تست‌ها، آب به‌عنوان سیال تزریقی با نرخ تزریق ثابت برابر با ۲/۰۰ و ۰/۳۶ سی‌سی بر دقیقه به ترتیب در فرآیندهای تخلیه و آشام تزریق می‌گردد. علاوه بر این مطابق جدول پ-۱ و پ-۲ پیوست، از داده‌های تاریخچه تولید و افت فشار اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه برای فرآیند تطابق تاریخچه استفاده شده است [۲۸، ۲۹].

هدف اصلی این مطالعه، تخمین مقادیر بهینه پارامترهای قابل تنظیم در مدل‌های تراوایی نسبی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه به روش تطابق تاریخچه برای فرآیندهای آشام و تخلیه و مقایسه کارایی آنها می‌باشد. علاوه بر این هدف اصلی توسعه یک مدل محلی بر مبنای روش توصیف تکه‌های پیوسته و مقایسه آن با مدل‌های رایج می‌باشد.

### معرفی داده‌ها

در این مطالعه برای شبیه‌سازی فرآیند سیلاب‌زنی

جدول ۳ مقادیر پارامترهای نقاط انتهایی در منحنی‌های تراوایی نسبی و فشار موینگی [۲۸ و ۲۹].

پارامتر	آشام	تخلیه
اشباع اولیه آب	۰/۲۹	۰/۱۰
اشباع نفت باقی‌مانده	۰/۲۵	۰/۲۰
تراوایی نسبی آب در اشباع نفت باقی‌مانده	۰/۲۸۰	۰/۶۶۰
تراوایی نسبی نفت در اشباع اولیه آب	۰/۸۷۰	۰/۹۹۸
فشار موینگی بیشینه (P)	۰/۰۵۶۷	۱/۶۳۰
فشار موینگی کمینه (P)	۰/۰۲۶۴	۰/۰۳۴۰

جدول ۲ ویژگی‌های مغزه (هندسه، خواص سنگ و سیال) و شرایط آزمایشگاهی [۲۸ و ۲۹].

پارامتر	آشام	تخلیه
تراوایی (mD)	۱۲۷/۰۰	۹/۶۰
تخلخل	۰/۲۴۹	۰/۲۶۲
طول (cm)	۷/۶۲	۷/۱۳
مساحت سطح مقطع (cm)	۵/۰۶	۱۱/۳
ویسکوزیته آب (cP)	۱/۰۰	۰/۲۷
ویسکوزیته نفت (cP)	۱۰/۰۰	۰/۷۳
دبی تزریق (cm <sup>3</sup> /s)	۰/۳۶	۲/۰۰

جدول ۴ شرایط مرزی و شرایط اولیه سیلاب‌زنی در فرآیندهای آشام و تخلیه [۲۸ و ۲۹].

پارامتر	آشام	تخلیه
نرخ ثابت تزریق ( $\text{cm}^3/\text{min}$ )	۰/۳۶	۲/۰۰
فشار ثابت تولید (P)	۵۴/۳۹	۹۷/۴۱
فشار اولیه تزریق (P)	۵۴/۴۴	۱۰۶/۷۳

### مدل‌های تحلیلی<sup>۱</sup>

#### روابط دارای پارامترهای قابل تنظیم

در این روابط تنها  $\lambda$  (مقیاسی از توزیع اندازه حفرات) در رابطه تعمیم یافته Brooks-Corey، تابع توزیع اندازه منافذ است و با استفاده از منحنی فشار موینگی به دست می‌آید؛ سایر روابط پارامتری، براساس یک تابع ریاضی توسعه داده شده‌اند و پارامترهای قابل تنظیم تنها برای پیش‌بینی دقیق رفتار S شکل، انحنای نمودار، نقاط ابتدایی و انتهایی منحنی‌های تراوایی نسبی تعریف شده‌اند [۶]. یکی از اهداف این مطالعه، تخمین مقادیر بهینه پارامترهای این مدل‌ها با روش تطابق تاریخچه می‌باشد. جزئیات مربوط به مدل‌ها و پارامترهای قابل تنظیم آن‌ها در جدول ۵ نمایش داده شده است.

#### مدل تکه‌ای پیوسته‌ای<sup>۲</sup>

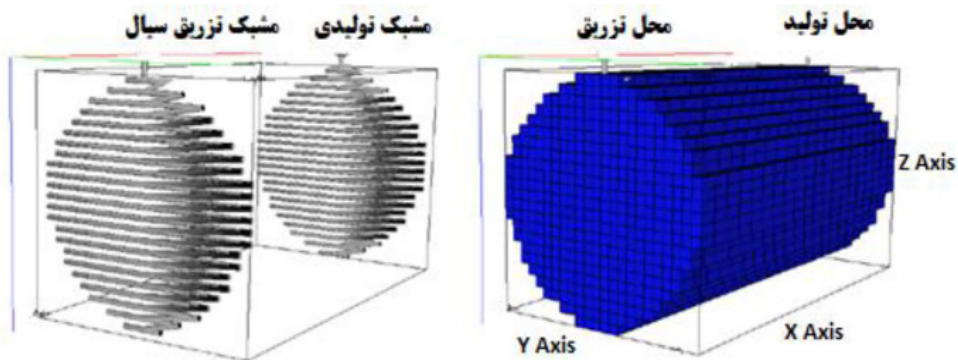
مدل تکه‌ای با در نظر گرفتن یک رابطه درجه سوم برای هر بازه در محدوده اشباع به توصیف نمودار می‌پردازد. برای این کار شرط پیوستگی (مشق‌های اول و دوم) و حد در نقاط میانی برقرار و شرایط نقاط انتهایی در نقاط انتهایی توابع جریان باید برقرار باشد (شکل ۳). با در نظر گرفتن تراوایی نسبی هر فاز و فشار موینگی به صورت توابعی از اشباع نرمال شده آب، اشباع نرمال شده آب را به چند بازه تقسیم نموده و برای هر بازه باید یک رابطه درجه سوم با ضرایب متفاوت ایجاد کرد. ماتریس ضرایب یک ماتریس  $n \times 4$  خواهد بود که در آن  $n$  تعداد بازه‌های تقسیم‌بندی شده است [۲۸].

مدل استاتیک یکی از عوامل مؤثر در عملکرد شبیه‌ساز می‌باشد. در این مطالعه با انجام حساسیت‌سنجی نسبت به تعداد سلول‌ها، ۳۹۷ سلول در سطح مقطع و ۲۰ سلول در راستای طول مغزه مطابق شکل ۱ (سمت راست) در نظر گرفته شد و مطابق شکل ۱ (سمت چپ)، مکان‌های تزریق و تولید در سطح مقطع‌های دو طرف مغزه اعمال شد.

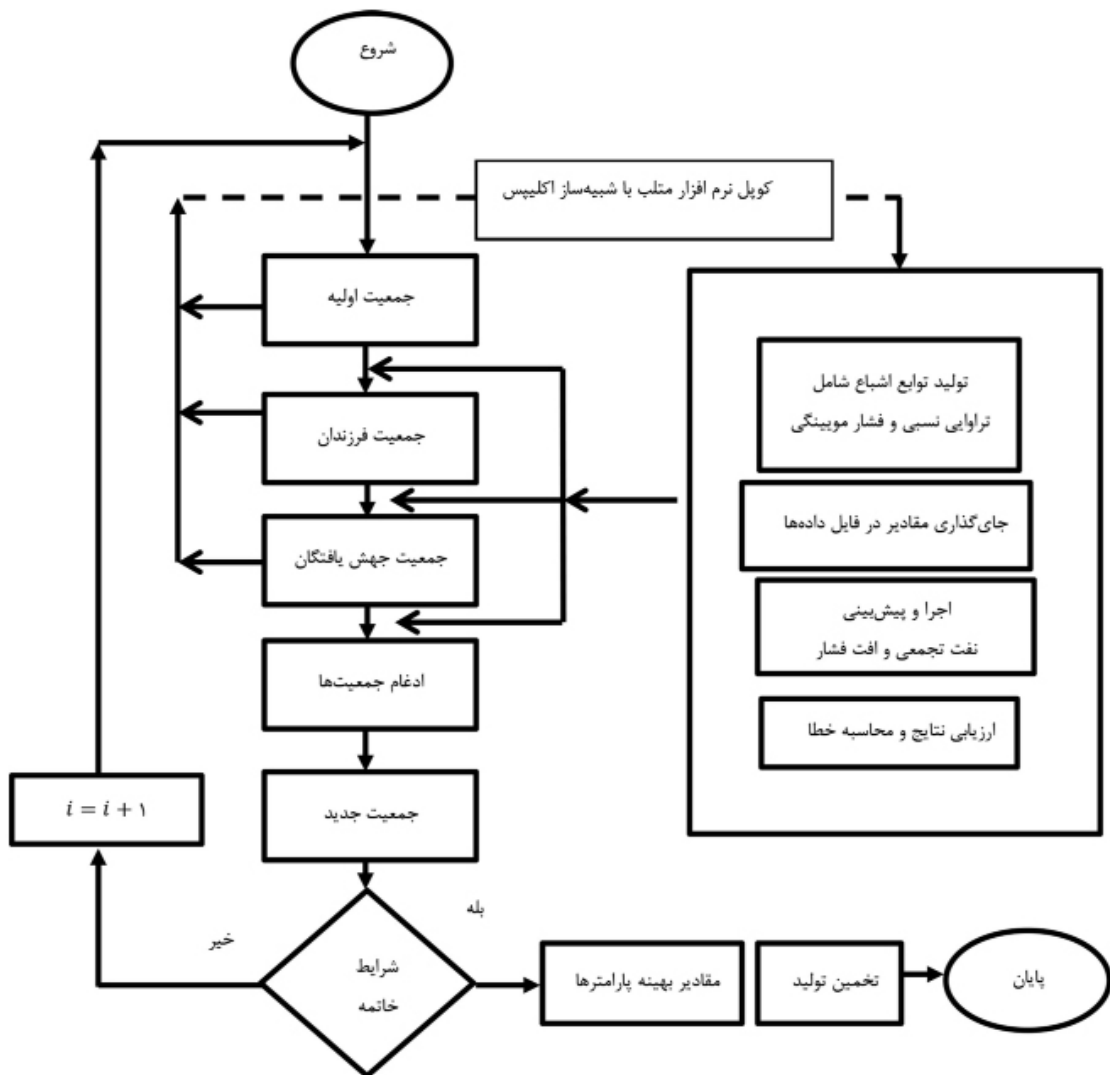
### روش پژوهش

برای تخمین تراوایی نسبی از روابطی که دارای پارامترهای قابل تنظیم هستند، به‌طور مستقیم نمی‌توان استفاده کرد؛ ابتدا باید مقادیر بهینه برخی از پارامترهای این روابط به گونه‌ای تعیین شوند که بهترین تطابق بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج شبیه‌سازی به دست آید. برای این کار، از داده‌های افت فشار دو سر مغزه و نفت تولیدی تجمعی اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی و خروجی شبیه‌ساز، با روش تطابق تاریخچه، استفاده شده است. در ابتدا با پیاده‌سازی الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک در نرم‌افزار متلب و کوپل آن با شبیه‌ساز اکلیپس، مقادیر بهینه پارامترهای مدل‌های مورد استفاده از قبیل مدل کوری، بروکس-کوری و مدل تکه‌ای پیوسته را با کمینه‌سازی میانگین مربعات خطای داده‌های افت فشار دو سر مغزه و نفت تولیدی تجمعی اندازه‌گیری شده آزمایشگاهی و خروجی شبیه‌ساز به‌عنوان توابع هدف تخمین می‌زنیم. در نتیجه با مقایسه عملکرد مدل‌ها، مدل مناسب را برای تخمین منحنی‌های تراوایی نسبی می‌توان انتخاب کرد (شکل ۲).

1. Analytical Models  
2. Piecewise



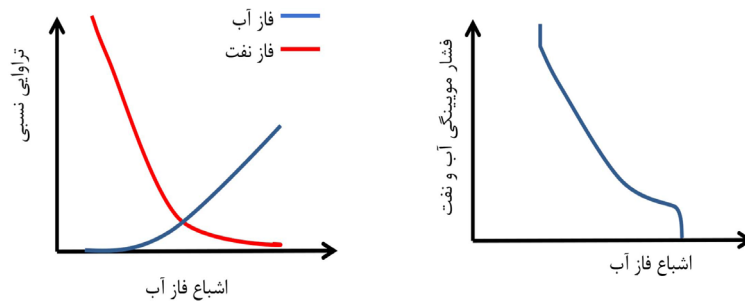
شکل ۱ مدل استاتیک و هندسه مغزه شبیه‌سازی شده (شکل راست) و مکان‌های تزریق و تولید در مغزه (شکل چپ)



شکل ۲ طرح‌واره عملیات تطابق تاریخچه برای تخمین مقادیر بهینه پارامترهای مدل‌های تراوایی نسبی

جدول ۵ روابط دارای پارامترهای قابل تنظیم تراوایی نسبی

پارامترهای قابل تنظیم	فرمول ریاضی	مرجع	مدل	
$N_w, N_o$ $k_{rw}^0, k_{ro}^0$ $A, B, n_c$	$k_{rw} = k_{rw}^0 (S_w^*)^{N_w}$	[۳۰، ۱۱]	Corey	
	$k_{ro} = k_{ro}^0 (1 - S_w^*)^{N_o}$			
	$S_w^* = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{or}}$			
		$P_c = A(1 - S_w^*)^{n_c} + B$	[۳۱]	
$k_{rw}^0, k_{ro}^0$ $l, P_e, P_m, m$	$k_{rw} = k_{rw}^0 (S_w^*)^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}}$	[۳۲، ۳۰]	Brooks-Corey	
	$k_{rw} = k_{ro}^0 (1 - S_w^*)^2 \left(1 - (S_w^*)^{\frac{2+\lambda}{\lambda}}\right)$			
	$P_c = P_e (S_w^*)^{-\frac{1}{\lambda}}$	تخلیه		[۳۲]
	$P_c = P_m (1 - S_w^*)^m$	آشام		[۳۳]



شکل ۳ شماتیک منحنی‌های نمودار فشار موینگی (سمت راست) و تراوایی نسبی (سمت چپ)

$$\left(\frac{\partial f}{\partial S_w}\right)_{S_D=0} = 0 \quad d_1 = 0 \quad 3a_1 S_D^2 + 2b_1 S_D + c_1 = 0 \Rightarrow$$

$$b_N = k_{rw}^* - d_N - c_N - a_N \quad (۵)$$

برای نقطه انتهایی (i=N) نیز داریم:

$$f(S_D=1) = k_{rw}^* a_N + b_N + c_N + d_N = k_{rw}^* \Rightarrow$$

$$b_N = k_{rw}^* - d_N - c_N - a_N \quad (۶)$$

در نقاط میانی مقادیر توابع و مشتق‌های اول و دوم آنها برابر می‌باشند. به‌عنوان مثال، برای نقاط ۱ و ۲ روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$f(S_D^+) = f(S_D^-) \quad a_2 S_D^3 + b_2 S_D^2 + c_2 S_D + d_2 = a_1 S_D^3 + b_1 S_D^2 + c_1 S_D + d_1 \quad (۷)$$

$$f(S_D) = aS_D^3 + bS_D^2 + cS_D + d \quad (۱)$$

$$\frac{\partial f}{\partial S_D} = 3aS_D^2 + 2bS_D + c \quad (۲)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial S_D^2} = 6aS_D + 2b \quad (۳)$$

در روابط بالا  $f$ ، تابع تکه‌ای پیوسته است که برای توصیف  $K_{rw}(S_D)$ ،  $K_{ro}(S_D)$  و  $P_{cow}(S_D)$  با ضرایب متفاوت به‌کار می‌رود. با توجه به‌اینکه معمولاً در نقطه ابتدایی نمودار تراوایی نسبی آب شیب نمودار صفر و مقدار تراوایی نسبی آب صفر می‌باشد بنابراین، برای نقطه (i=1) داریم:

$$f(S_D=0) = 0 = k_{rw}^* \Rightarrow b_N = k_{rw}^* - d_N - c_N - a_N \quad a_1 S_D^3 + b_1 S_D^2 + c_1 S_D + d_1 = 0 \Rightarrow d_1 = 0 \quad (۴)$$

بیشینه در اشباع صد درصد و اشباع آب همزاد در نظر گرفته شد. بنابراین برای نقاط  $i$  و  $i+1$  در نمودار فشار مویبگی داریم:

$$d_{i+1} = (a_i - a_{i+1})S_D^3 + d_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (19)$$

$$c_{i+1} = -3(a_i - a_{i+1})S_D^2 + c_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (20)$$

$$b_i = -3(a_i - a_{i+1})S_D + b_{i+1} \text{ for } i = N-1, \dots, 2, 1 \quad (21)$$

همان طور که در روابط ۱۳ تا ۲۱ مشاهده می‌گردد، پارامترهای  $b$ ،  $c$  و  $d$  تابعی از پارامتر  $a$  می‌باشند، بنابراین، با تعیین مقادیر این پارامتر می‌توان به محاسبه سایر پارامترها و در نهایت مقادیر توابع تراوایی نسبی آب و نفت و فشار مویبگی پرداخت. برای این کار می‌توان از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک استفاده کرد که در ادامه جزئیات این الگوریتم ارائه شده است.

#### الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند

بهینه‌سازی به معنای یافتن بهترین پاسخ یا پاسخ‌های ممکن برای یک مسأله با جست‌وجو در یک محدوده مشخص، از میان تعداد زیادی از پاسخ‌های احتمالی و با در نظر گرفتن معیارهای توقف جست‌وجو می‌باشد. بهترین پاسخ می‌تواند کمترین یا بیشترین مقدار باشد، بنابراین با جست‌وجو در محدوده مشخص دو حالت کمینه‌سازی<sup>۱</sup> و بیشینه‌سازی<sup>۲</sup> برای تابع هدف<sup>۳</sup> خواهیم داشت [۳۴]. الگوریتم ژنتیک روشی برای حل مسائل بهینه‌سازی قیددار و بدون قید است. این الگوریتم در ابتدا، مجموعه‌ای از پاسخ‌های تصادفی را تحت عنوان جمعیت اولیه تولید می‌کند و به‌طور مکرر آنها را تغییر می‌دهد و در هر مرحله، پاسخ‌هایی را به‌صورت تصادفی از جمعیت فعلی به‌عنوان والدین انتخاب می‌کند و از آنها برای تولید فرزندان برای نسل بعدی استفاده می‌کند [۳۴]. الگوریتم ژنتیک را برای حل انواع مسائل بهینه‌سازی، از جمله مسائل دارای تابع هدف ناپیوسته، مشتق ناپذیر، تصادفی یا بسیار غیرخطی می‌توان اعمال کرد. مراحل پیاده‌سازی این الگوریتم را می‌توان به‌صورت زیر و یا شکل ۴

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial S_D} \right]^+ = \left[ \frac{\partial f}{\partial S_D} \right]^- \quad 3a_2 S_D^2 + 2b_2 S_D + c_2 = 3a_1 S_D^2 + 2b_1 S_D + c_1 \quad (8)$$

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial S_D} \right]^+ = \left[ \frac{\partial f}{\partial S_D} \right]^- \quad 3a_2 S_D^2 + 2b_2 S_D + c_2 = 3a_1 S_D^2 + 2b_1 S_D + c_1$$

$$\left[ \frac{\partial^2 f}{\partial S_D^2} \right]^+ = \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial S_D^2} \right]^- \quad 6a_2 S_D + 2b_2 = 6a_1 S_D + 2b_1 \quad (9)$$

در روابط ۷ تا ۹، تفاضل پارامترهای  $b$ ،  $c$  و  $d$  را در دو بازه متوالی، می‌توان به‌صورت تابعی از تفاضل پارامتر  $a$  در دو بازه مورد نظر بیان کرد. بنابراین، با توجه به رابطه ۹، روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$\left[ \frac{\partial^2 f}{\partial S_D^2} \right]^+ = \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial S_D^2} \right]^- \quad b_1 = -3(a_1 - a_2)S_D + b_2 \quad (10)$$

با ترکیب روابط ۸ و ۱۰، رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial S_D} \right]^+ = \left[ \frac{\partial f}{\partial S_D} \right]^- \quad c_2 = -3(a_1 - a_2)S_D^2 + c_1 \quad (11)$$

از ترکیب روابط ۱۰ و ۱۱ با رابطه ۷، رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$f(S_D^+) = f(S_D^-) \quad d_2 = (a_1 - a_2)S^3 + d_1 \quad (12)$$

برای نقاط  $i$  و  $i+1$  در نمودار تراوایی نسبی آب داریم:

$$d_{i+1} = (a_i - a_{i+1})S_D^3 + d_i \text{ for } i = 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (13)$$

$$c_{i+1} = -3(a_i - a_{i+1})S_D^2 + c_i \text{ for } i = 1, 2, 3, \dots, N-1 \quad (14)$$

$$b_i = -3(a_i - a_{i+1})S_D + b_{i+1} \text{ for } i = N-1, \dots, 2, 1 \quad (15)$$

به همین ترتیب می‌توان روابط بین پارامترهای روابط مربوط به منحنی‌های تراوایی نسبی نفت را به‌دست آورد. لازم به ذکر است که شرایط نقاط انتهایی در منحنی تراوایی نسبی نفت به‌ترتیب به‌صورت مشتق برابر صفر و تراوایی نسبی نقطه انتهایی در اشباع معادل با اشباع نفت باقی‌مانده و اشباع آب همزاد در نظر گرفته شد. بدین ترتیب برای نقاط  $i$  و  $i+1$  در نمودار تراوایی نسبی نفت داریم:

$$d_{i+1} = (a_i - a_{i+1})S_D^3 + d_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, N-1 \quad (16)$$

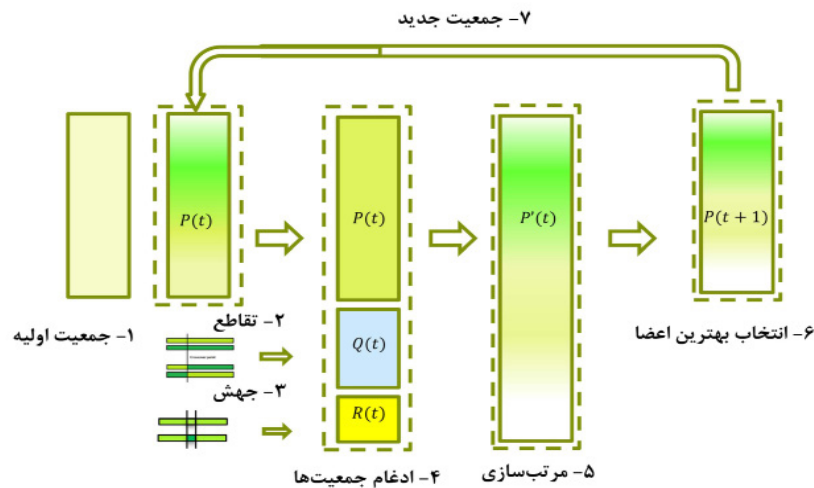
$$c_i = +3(a_i - a_{i+1})S_D^2 + c_{i+1} \text{ for } i = N-1, \dots, 2, 1 \quad (17)$$

$$b_i = -3(a_i - a_{i+1})S_D + b_{i+1} \text{ for } i = N-1, \dots, 2, 1 \quad (18)$$

علاوه‌براین می‌توان روابط بین پارامترهای روابط مربوط به فشار مویبگی بین آب و نفت را نیز به‌دست آورد. شرایط نقاط انتهایی در منحنی فشار مویبگی به‌ترتیب برابر با فشار آستانه و فشار

1. Minimization  
2. Maximization  
3. Objective Function





شکل ۴ مراحل فرآیند بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک.

نظر گرفته شد. برای این کار متغیرهای تصمیم‌گیری مطابق ضرایب روابط توصیف‌کننده مدل‌های تراوایی نسبی و فشار موینگی در نظر گرفته شد. لازم به ذکر است که مقادیر پارامترهای تراوایی نسبی مربوط به نقاط انتهایی، با هدف رفع خطای احتمالی در اندازه‌گیری آزمایشگاهی، نیز به صورت پارامتر تصمیم لحاظ گردید. در ادامه به بررسی نتایج به‌دست آمده از این مطالعه پرداخته شده است:

#### نتایج مدل‌های Corey و Brooks-Corey

فرآیند یافتن پارامترهای بهینه مدل Corey و مدل Brooks-Corey، با استفاده از الگوریتم ژنتیک، با ایجاد پاسخ‌های اولیه تصادفی در بازه جست‌وجو مطابق مقادیر **جدول پ-۳** برای مدل Corey و مقادیر **جدول پ-۴** برای مدل Brooks-Corey شروع می‌گردد. در ادامه برای بهبود پاسخ‌ها عملیات تقاطع و جهش اعمال شد که در نهایت به پاسخ بهینه سراسری همگرا گردید. تعداد اعضای جمعیت اصلی برابر با ۱۵ و تعداد اعضای جمعیت تقاطع و جهش به ترتیب برابر با  $0/8$  و  $0/2$  جمعیت اصلی در نظر گرفته شد و نتایج بهینه‌سازی پارامترهای مدل Corey و مدل Brooks-Corey به ترتیب مطابق **جدول پ-۵** و **جدول پ-۶**، برای فرآیندهای آشام و تخلیه با لحاظ کردن عملیات بهینه‌سازی تک هدفه و چند هدفه به‌دست آمد.

- (۱) مقداردهی اولیه، ایجاد جمعیت تصادفی و ارزیابی آن
- (۲) تعیین تعداد مشخصی از بهترین اعضای جمعیت اصلی برای انتقال مستقیم به نسل بعد
- (۳) انتخاب والدین و ترکیب آن‌ها برای ایجاد جمعیت فرزندان
- (۴) انتخاب اعضای جمعیت برای اعمال جهش و ایجاد جمعیت جهش‌یافتگان
- (۵) ادغام جمعیت اصلی، فرزندان و جهش‌یافتگان و ایجاد جمعیت اصلی جدید
- (۶) اگر شرایط خاتمه محقق نشده باشد، از مرحله ۲ تکرار می‌شود.
- (۷) پاسخ بهینه مشخص و معرفی می‌گردد.

#### نتایج و بحث

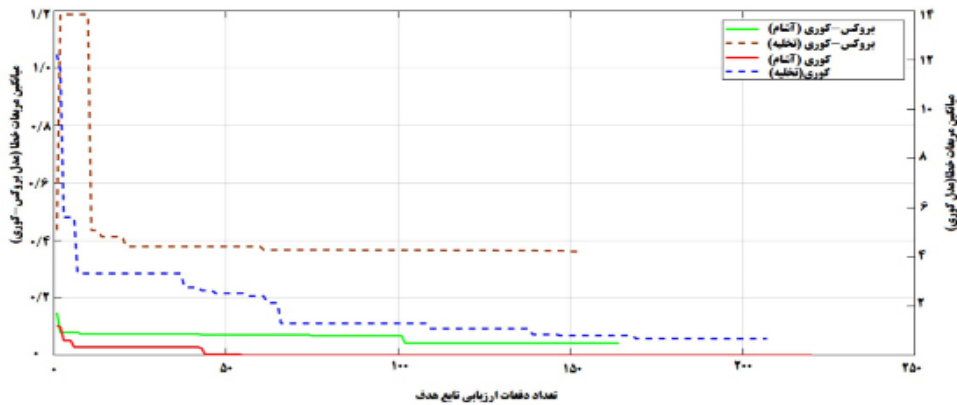
در مطالعه انجام شده، از مدل‌های مختلف با روش تطابق تاریخچه برای تخمین منحنی‌های تراوایی نسبی استفاده شده است. برای یافتن مقادیر بهینه پارامترهای این مدل‌ها، از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک استفاده گردید. تابع هدف به صورت کمینه‌سازی اختلاف میزان نفت تولیدی تجمعی و افت فشار اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و نتایج به‌دست آمده آنها از شبیه‌سازی به کمک نرم‌افزار اکلیپس، به دو صورت تک هدفه و چند هدفه در

عملکرد الگوریتم ژنتیک در عملیات جست‌وجوی مقادیر بهینه پارامترهای مدل‌های Corey و Brooks-Corey به ترتیب مطابق جدول پ-۵ و جدول پ-۶ در روابط مربوط به هر مدل، مقادیر تراوایی‌های نسبی به‌دست آمده و با جایگزینی در فایل داده به‌عنوان ورودی شبیه‌ساز اکلیپس، می‌توان به مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر آزمایشگاهی نفت تولیدی تجمعی و افت فشار دو سر مغزه پرداخت. مقایسه نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی چند هدفه و مقادیر آزمایشگاهی نفت تولیدی تجمعی برای مدل تکه‌ای پیوسته در شکل ۶ آورده شده است. در این مطالعه برای هر دو فرآیند تخلیه و آشام، بهینه‌سازی تک هدفه با کمینه‌سازی میانگین مربعات خطای نفت تولیدی تجمعی انجام گردید.

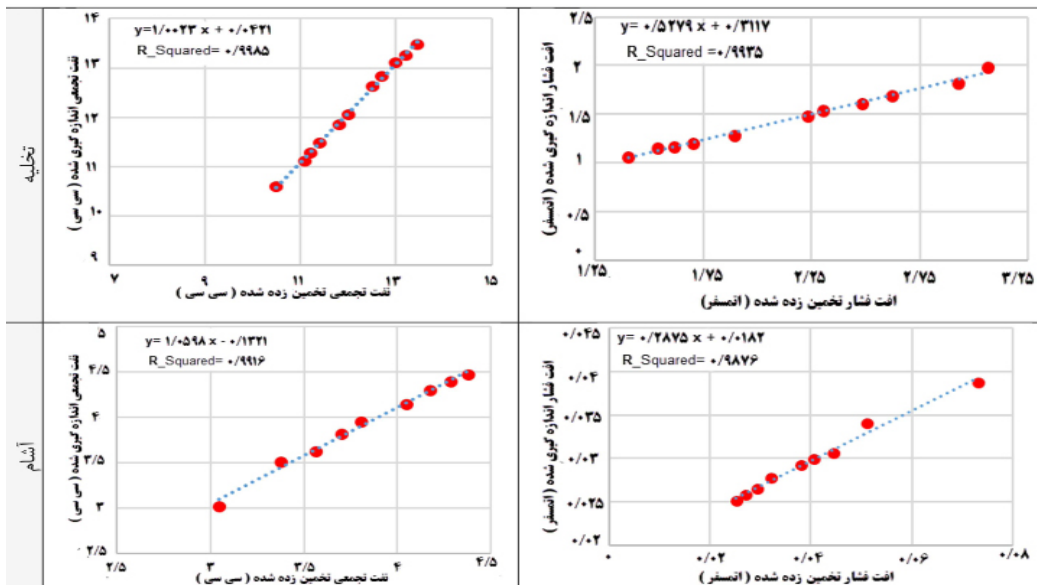
عملکرد الگوریتم ژنتیک در عملیات جست‌وجوی مقادیر بهینه پارامترهای مدل‌های Corey و Brooks-Corey در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شکل محور افقی نشان‌دهنده تعداد دفعات ارزیابی تابع هدف و محورهای عمودی سمت راست و چپ به ترتیب بیانگر مقدار میانگین مربعات خطای آشام و تخلیه است. برای این کار از شرایط خاتمه مختلف در این مطالعه استفاده گردید. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد تکرار و ارزیابی تابع هدف، میانگین مربعات خطا کاهش پیدا کرده و در نهایت به مقدار بهینه همگرا می‌شود.

نتایج تطابق تاریخچه

با لحاظ کردن مقادیر بهینه پارامترهای مدل‌های



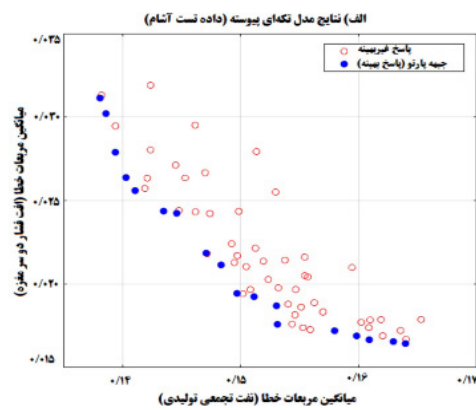
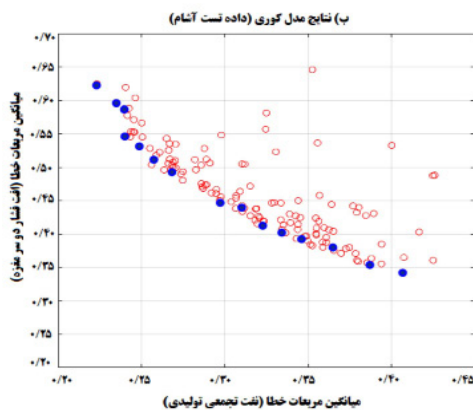
شکل ۵ عملکرد الگوریتم ژنتیک در کاهش میانگین مربعات خطای مدل‌های Corey و Brooks-Corey



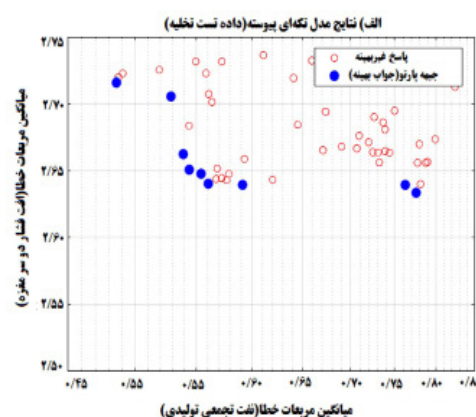
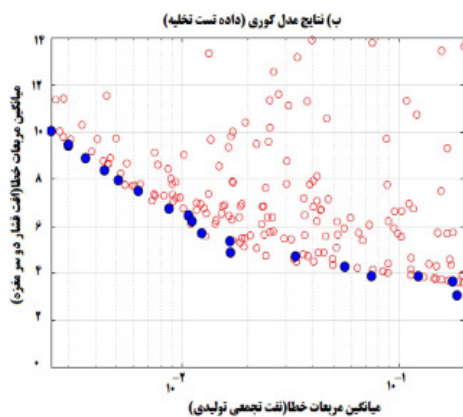
شکل ۶ مقایسه مقادیر آزمایشگاهی و محاسبه شده نفت تولیدی تجمعی و افت فشار با بهینه‌سازی مدل تکه‌ای پیوسته چند هدفه

است که دارای ۲۰ پاسخ بهینه می‌باشد. هر کدام از پاسخ‌های موجود در جبهه ممکن است در عملکرد یک تابع هدف به‌طور مناسب عمل کند؛ اما در مورد تابع هدف دیگر عملکرد مناسبی نداشته باشد. بنابراین، پاسخی مناسب‌تر خواهد بود که هم‌زمان بتواند عملکرد مناسبی برای هر دو تابع هدف ارائه کند. اما تصمیم‌گیری در خصوص انتخاب بهترین پاسخ موجود از بین جبهه می‌تواند با در نظر گرفتن اهمیت متغیرهای تابع هدف، به‌صورت سلیقه‌ای باشد. برای مثال، در این مطالعه اهمیت خطای تخمین نمودار تاریخچه فشار و تاریخچه تولید با وزن یکسان (برابر با ۰/۵) در نظر گرفته شده است. مقادیر عددی مربوط به جواب بهینه برای تخمین تراوایی نسبی و فشار موینگی مربوط به فاز آب و نفت در **جدول پ-۷ تا پ-۹** آورده شده است.

در بهینه‌سازی چند هدفه، با توجه به اینکه بهینه‌سازی سعی در کاهش هم‌زمان میانگین مربعات خطای توابع هدف دارد؛ بنابراین در هر تکرار و ارزیابی تابع هدف، برای هر تابع هدف یک مقدار بهینه و میانگین مربعات خطای مشخصی محاسبه می‌شود. در نتیجه بعد از پایان عملیات بهینه‌سازی، مجموعه‌ای از پاسخ‌ها به‌دست می‌آید که هم‌زمان مقادیر میانگین مربعات خطای هر دو تابع هدف را نشان می‌دهد. جبهه‌ای از پاسخ‌ها که بهترین عملکرد، یعنی کمترین میانگین مربعات خطاها را برای هر دو تابع هدف داشته باشد، تحت عنوان جبهه پارتو شناخته می‌شوند که مقادیر بهینه پارامترهای مدل را پیشنهاد می‌دهند. به‌عنوان مثال، در این مطالعه برای مدل‌های Corey و تکه‌ای پیوسته، جبهه پارتو مطابق **شکل ۷ و شکل ۸** به‌دست آمده



شکل ۷ پاسخ‌های الگوریتم و جبهه پارتو برای فرآیند آشام، مدل Corey (سمت چپ) و مدل تکه‌ای پیوسته (سمت راست)



شکل ۸ جواب‌های الگوریتم و جبهه پارتو مدل Corey (سمت چپ) و تابع تکه‌ای پیوسته (سمت راست) برای فرآیند تخلیه.

آمده است و با استفاده از مدل Corey با بهینه‌سازی چند هدفه انحراف قابل توجهی نسبت به داده‌های آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. از سوی دیگر، نتایج به‌دست آمده از مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی تک هدفه در بازه‌های زمانی ابتدایی، تطابق قابل قبولی با داده‌های آزمایشگاهی نشان نمی‌دهد. با کاربرد مدل تکه‌ای پیوسته براساس شبیه‌سازی چند هدفه، در تمام زمان‌های تولید بهترین انطباق از نتایج شبیه‌سازی با داده‌های آزمایشگاهی به‌دست می‌آید. مطابق شکل ۱۰، با کاربرد مدل‌های بررسی شده، در بازه‌های ابتدایی تولید تطابق قابل قبولی برای افت فشار محاسبه شده در دو طرف مغزه با داده‌های آزمایشگاهی مشاهده نمی‌شود؛ اما با گذشت زمان، مدل تکه‌ای پیوسته در هر دو حالت شبیه‌سازی تک هدفه و چند هدفه کمترین اختلاف را با داده‌های آزمایشگاهی نسبت به دیگر مدل‌ها نشان می‌دهد. بنابراین در تخمین نفت تولیدی جمععی و افت فشار، مدل تکه‌ای پیوسته بهترین عملکرد را دارد.

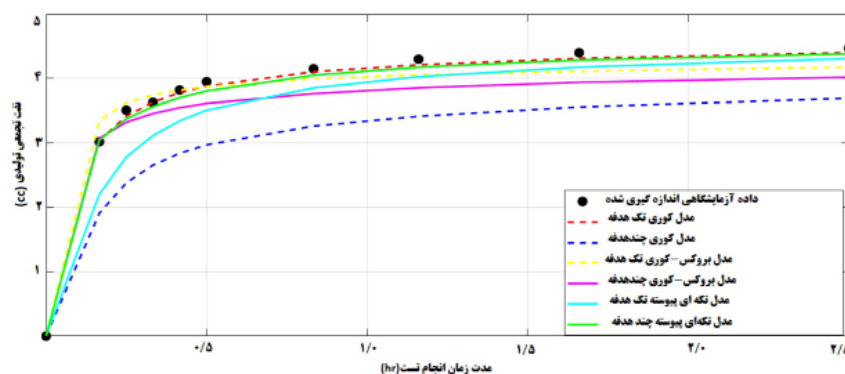
در ادامه، پس از انتخاب پاسخ بهینه، می‌توان به تخمین مقادیر تراوایی نسبی پرداخت و با کمک شبیه‌ساز، مقادیر نفت تولیدی جمععی و افت فشار را برحسب زمان پیش‌بینی کرد.

#### مقایسه نتایج مدل‌های تراوایی نسبی مختلف

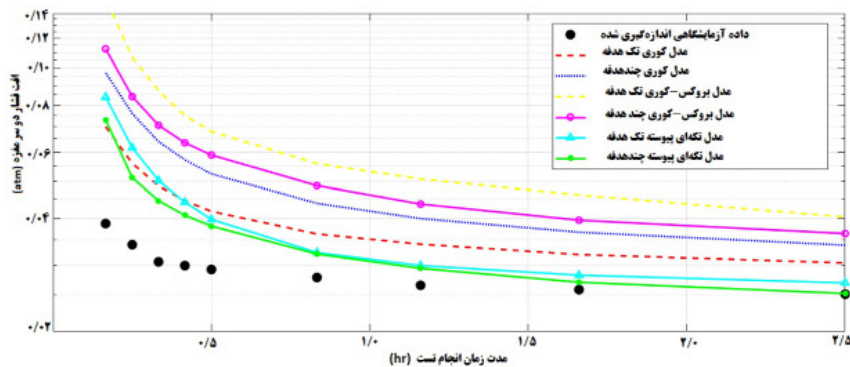
در جدول ۶ معیارهای آماری میانگین مربعات خطا و دقت  $R^2$  گزارش شده است که برای بهینه‌سازی چند هدفه در حالت‌های آشام و تخلیه، مدل تکه‌ای پیوسته به‌ترتیب دارای دقت ۰/۹۹۱۶ و ۰/۹۹۸۵ است. مطابق شکل ۹ مشاهده می‌شود که در تخمین نفت تولیدی جمععی در فرآیند آشام، مدل Corey با بهینه‌سازی تک هدفه، به‌طور مشابه با مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی چند هدفه، بهترین عملکرد را داشته‌اند و با کاربرد آنها مطابقت مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی در تمام زمان‌های تولید، نسبت به دیگر مدل‌ها به‌دست آمده است. با کاربرد مدل Brooks-Corey با بهینه‌سازی تک هدفه و چند هدفه، فقط در زمان‌های ابتدایی مطابقت مناسبی با داده‌های آزمایشگاهی به‌دست

جدول ۶ مقایسه دقت و خطای مدل‌های تخمین تراوایی نسبی براساس میزان نفت تولیدی جمععی

	دقت (R-Squared)				خطا (MSE)			
	آشام		تخلیه		آشام		تخلیه	
مدل	تک هدفه	چند هدفه	تک هدفه	چند هدفه	تک هدفه	چند هدفه	تک هدفه	چند هدفه
Corey	۰/۹۹۵۶	۰/۹۹۴۵	۰/۹۸۵۲	۰/۹۹۳۴	۰/۰۰۳۸	۰/۵۳۹۰	۰/۶۷۹۵	۵/۷۱۰۹
Brooks-Corey	۰/۹۹۴۶	۰/۹۹۲۶	۰/۹۷۴۶	۰/۹۸۸۱	۰/۰۴۳۰	۰/۱۰۱۶	۰/۳۶۱۷	۱/۲۰۹۰
Piecewise	۰/۹۹۵۷	۰/۹۹۱۶	۰/۹۹۳۲	۰/۹۹۸۵	۰/۲۰۴۱	۰/۱۴۸۴	۲/۹۹۱۹	۰/۵۵۴۴



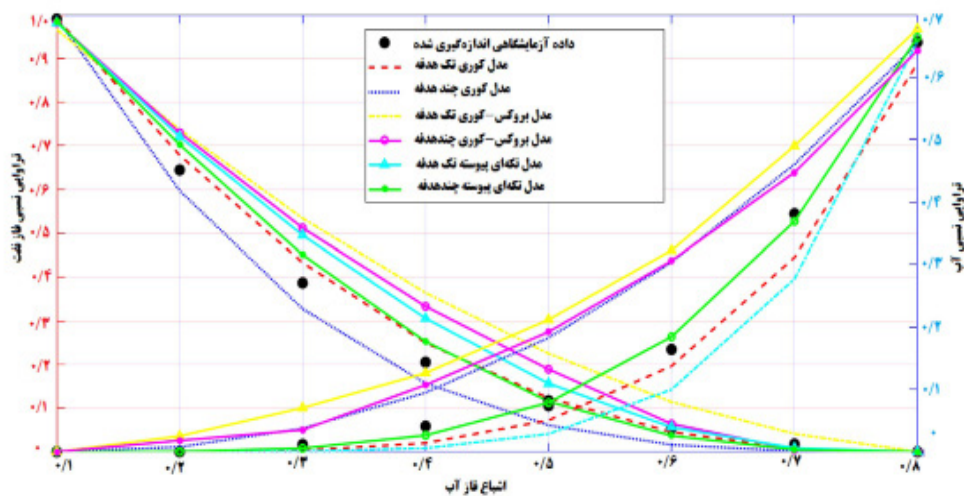
شکل ۹ مقایسه نتایج نفت تولیدی جمععی به‌دست آمده از مدل‌های مختلف با مقادیر آزمایشگاهی در فرآیند آشام



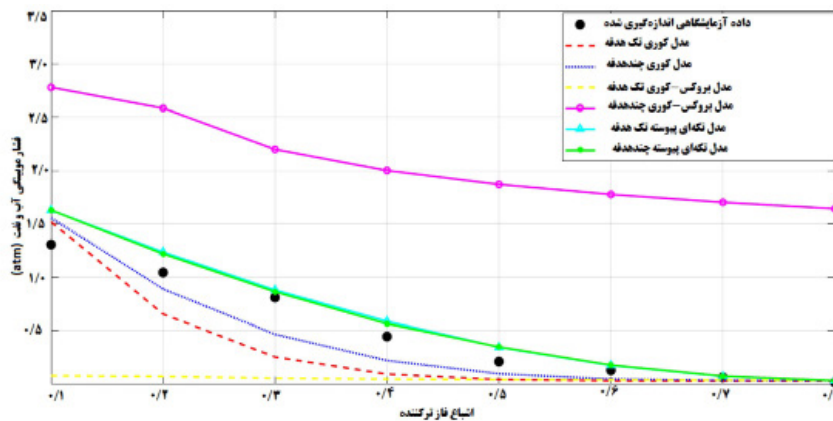
شکل ۱۰ مقایسه افت فشار محاسبه شده با استفاده از مدل‌های مختلف با مقادیر آزمایشگاهی افت فشار در فرآیند آشام.

نفت دوست و در صورتی که محل برخورد در سمت راست این اشباع قرار گیرد، نشان‌دهنده سیستم آب‌دوست می‌باشد [۱۵]. با توجه به اینکه مغزه استفاده شده در فرآیند آشام آب‌دوست قوی است، بنابراین مطابق شکل ۱۱، مدل تکه‌ای پیوسته این موضوع را بهتر نشان می‌دهد. شکل ۱۲، منحنی فشار موینگی به‌دست آمده از تخمین مدل‌های مختلف با روش تطابق تاریخچه را در فرآیند آشام نشان می‌دهد. با مقایسه منحنی‌های به‌دست آمده از مدل‌ها با داده‌های آزمایشگاهی، مشاهده می‌شود که با کاربرد مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی چند هدفه، نتایج بهتری نسبت به دیگر مدل‌ها به‌دست می‌آید.

شکل ۱۱، منحنی‌های به‌دست آمده از تخمین مقادیر تراوایی نسبی با مدل‌های مختلف را نشان می‌دهد. با مقایسه منحنی‌ها، مشاهده می‌شود که مقادیر متناظر تراوایی نسبی نفت به‌دست آمده از مدل Corey با بهینه‌سازی تک هدفه و مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی چند هدفه با داده‌های آزمایشگاهی اختلاف کمتری دارد. همچنین، با مقایسه منحنی‌های تراوایی نسبی آب، مقادیر متناظر تراوایی نسبی آب به‌دست آمده از مدل تکه‌ای پیوسته با بهینه‌سازی چند هدفه اختلاف کمتری با داده‌های آزمایشگاهی دارد. اگر نقطه برخورد منحنی‌های تراوایی نسبی آب و نفت در سمت چپ اشباع ۵۰٪ قرار داشته باشد، سیستم



شکل ۱۱ مقایسه منحنی‌های تراوایی تخمین زده شده با استفاده از مدل‌های مختلف و مقادیر آزمایشگاهی در فرآیند آشام



شکل ۱۲ مقایسه فشار موپینگی تخمین زده شده با استفاده از مدل‌های مختلف و مقادیر آزمایشگاهی در فرآیند آشام

### نتیجه گیری

روابط تجربی و تحلیلی تراوایی نسبی ارائه شده تاکنون را می‌توان به دو دسته تفکیک نمود. مدل‌های فاقد پارامترهای قابل تنظیم که اغلب توابعی از خواص سنگ، اشباع سیال و فشار موپینگی می‌باشند و معمولاً برای بازه‌های مشخصی از خواص سنگ توسعه داده شده‌اند. دسته دیگر مدل‌هایی برحسب اشباع فاز تر می‌باشند که دارای پارامترهای قابل تنظیم هستند و ابتدا باید مقادیر بهینه پارامترهای آنها را تعیین و سپس برای تخمین تراوایی نسبی استفاده نمود؛ با استفاده از روش تطابق تاریخچه مقادیر بهینه پارامترهای این مدل‌ها را می‌توان به دست آورد که در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفت. بر همین اساس، نتیجه‌گیری به صورت زیر ارائه می‌شود:

- در بهینه‌سازی چند هدفه، جبهه‌ای از پاسخ‌های بهینه به دست می‌آید که با توجه به میزان اهمیت توابع هدف، می‌توان از هر کدام استفاده کرد.

- در بهینه‌سازی تک هدفه، در فرآیند آشام، مدل Corey و در فرآیند تخلیه، مدل Brooks-Corey عملکرد بهتری داشتند. در بهینه‌سازی چند هدفه، در فرآیند آشام مدل‌های تکه‌ای پیوسته و Brooks-Corey و در فرآیند تخلیه مدل تکه‌ای پیوسته عملکرد بهتری داشتند.

- در تخمین نفت تولیدی تجمعی در فرآیند آشام، مدل Corey براساس بهینه‌سازی تک هدفه به‌طور

مشابه با مدل تکه‌ای پیوسته براساس بهینه‌سازی چند هدفه، بهترین عملکرد را داشتند. با توجه به اهمیت بهینه‌سازی چند هدفه می‌توان نتیجه گرفت که مدل تکه‌ای پیوسته عملکرد بهتری نسبت به مدل Corey دارد.

- در تخمین افت فشار دو سر مغزه در فرآیند آشام، کاربرد مدل تکه‌ای پیوسته در هر دو حالت بهینه‌سازی تک هدفه و چند هدفه عملکرد بهتری نسبت به دیگر مدل‌ها داشت.

- در تخمین نفت تولیدی تجمعی در فرآیند تخلیه، با کاربرد مدل‌های تکه‌ای پیوسته و Brooks-Corey براساس بهینه‌سازی چند هدفه، در بیشتر زمان‌های تولید تطابق خوبی با داده‌های آزمایشگاهی به دست آمد.

- در تخمین داده‌های افت فشار دو سر مغزه در فرآیند تخلیه، مدل‌های Corey و Brooks-Corey عملکرد بهتری در هر دو حالت بهینه‌سازی تک هدفه و چند هدفه داشتند.

- با مقایسه منحنی‌های تراوایی نسبی به دست آمده از مدل‌ها و داده‌های آزمایشگاهی در فرآیند آشام، منحنی تراوایی نسبی نفت مدل تکه‌ای پیوسته براساس بهینه‌سازی چند هدفه و مدل Corey براساس بهینه‌سازی تک هدفه و منحنی تراوایی نسبی آب مدل تکه‌ای پیوسته براساس بهینه‌سازی چند هدفه اختلاف کمتری با داده‌های آزمایشگاهی داشتند.

- $c_i$ : ضرایب جملات سوم مدل تکه‌ای پیوسته
- $d_i$ : ضرایب ثابت مدل تکه‌ای پیوسته
- $A$ : پارامتر قابل تنظیم فشار موینگی (psia)
- $B$ : پارامتر قابل تنظیم فشار موینگی (psia)
- $K$ : تراوایی مطلق (md)
- $k_{ro}^0$ : تراوایی نسبی فاز نفت
- $k_{ro}^*$ : تراوایی نسبی نقطه انتهایی نفت
- $k_{rw}^0$ : تراوایی نسبی فاز آب
- $k_{rw}^*$ : تراوایی نسبی نقطه انتهایی آب
- $m$ : پارامتر قابل تنظیم (مدل Brooks-Corey)
- $n_c$ : پارامتر قابل تنظیم فشار موینگی (مدل Corey)
- $N_w, N_o$ : پارامتر قابل تنظیم تراوایی نسبی آب و نفت (مدل Corey)
- $P_c$ : فشار موینگی (atm, psi)
- $P_e$ : فشار ورودی (atm, psi)
- $P_m$ : بیشینه فشار موینگی در اشباع کاهش نیافتنی آب
- $S_D$ : اشباع نرمالایز شده
- $S_i$ : اشباع آب کاهش نیافتنی
- $S_m$ : کمترین اشباع فاز تر
- $S_o$ : اشباع نفت
- $S_{or}$ : اشباع باقی مانده فاز نفت
- $S_w$ : اشباع فاز تر - اشباع آب
- $S_w^*$ : اشباع نرمال فاز تر - اشباع نرمال آب
- $S_{wc}$ : اشباع آب همزاد - اشباع آب اولیه
- $S_{wi}$ : اشباع غیر قابل کاهش فاز تر
- $\lambda$ : شاخص توزیع اندازه منافذ

• در فرآیند تخلیه، در تخمین منحنی‌های تراوایی نسبی نفت، با کاربرد مدل تکه‌ای پیوسته براساس بهینه‌سازی چند هدفه و مدل Corey براساس بهینه‌سازی تک هدفه، اختلاف کمتری با مقادیر آزمایشگاهی به‌دست آمد. در تخمین منحنی تراوایی نسبی آب، مدل تکه‌ای پیوسته براساس بهینه‌سازی چند هدفه کمترین اختلاف را با داده‌های آزمایشگاهی نشان داد.

• در تخمین منحنی فشار موینگی در فرآیند آشام، مدل تکه‌ای پیوسته براساس بهینه‌سازی چند هدفه، اختلاف کمتری با مقادیر آزمایشگاهی داشت و نتایج بهتری نسبت به دیگر مدل‌ها ارائه کرد. در فرآیند تخلیه، مدل تکه‌ای پیوسته با تابع تک هدفه و چند هدفه اختلاف کمتری با نتایج آزمایشگاهی نسبت به دیگر مدل‌ها نشان داد. مدل‌های دیگر، تخمین مناسبی از فشار موینگی با روش تطابق تاریخچه نداشتند.

• مدل تکه‌ای پیوسته به‌عنوان یک روش کارآمد توصیف مناسبی از تراوایی نسبی براساس تطابق داده‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی به‌دست می‌دهد.

• از روش تطابق تاریخچه می‌توان به‌عنوان یک روش کارآمد در تخمین تراوایی نسبی استفاده کرد.

### علائم و نشانه‌ها

- $a_i$ : ضرایب جملات اول مدل تکه‌ای پیوسته
- $b_i$ : ضرایب جملات دوم مدل تکه‌ای پیوسته

### مراجع

- [1]. Ahmed, T. (2019). Reservoir engineering handbook (5th ed.). doi:10.1016/c2016-0-04718-6.
- [2]. Xu, P., Qiu, S., Yu, B., & Jiang, Z. (2013). Prediction of relative permeability in unsaturated porous media with a fractal approach. International Journal of Heat and Mass Transfer, 64, 829–837. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.05.003
- [3]. Li, K., and Horne, R. N. (2006). Comparison of methods to calculate relative permeability from capillary pressure in consolidated water-wet porous media. Water Resources Research, 42(6). doi:10.1029/2005wr004482.
- [4]. Hussain, F., Cinar, Y., and Bedrikovetsky, P. (2010). Comparison of methods for drainage relative permeability estimation from displacement tests. All Days, Presented at the SPE Improved Oil Recovery Symposium, Tulsa, Oklahoma, USA. doi:10.2118/129678-ms.

- [۵]. نوریخس، م.، خداپناه، ا. و طباطبایی‌نژاد، س. ط. (۱۳۹۲). بررسی تطابق تاریخچه یکی از مخازن ایران به کمک مدل‌های تراوایی نسبی و فشار موینگی. دومین همایش علمی مهندسی مخازن هیدروکربوری، علوم و صنایع مرتبط.
- [6]. Sakhaei, Z., Azin, R., and Osfour, S. (2017). Optimization of empirical and analytical relative permeability correlations in oil - water systems. *Journal of Petroleum Resrch*, 27(96-1): 186-199. doi:10.22078/pr.2017.1789.1872.
- [7]. Purcell, W. R. (1949). Capillary pressures - their measurement using mercury and the calculation of permeability therefrom, *Journal of Petroleum Technology*, 1(02): 39-48. doi:10.2118/949039-g.
- [8]. Gates, J. I., and Lietz, W. T. (1950, January). Relative permeabilities of California cores by the capillary-pressure method. In *Drilling and production practice*. OnePetro.
- [9]. Fatt, I., and Dykstra, H. (1951). Relative permeability studies, *Journal of Petroleum Technology*, 3(09): 249-256. doi:10.2118/951249-g.
- [10]. Burdine, N. T. (1953). Relative permeability calculations from pore size distribution data, *Journal of Petroleum Technology*, 5(03): 71-78. doi:10.2118/225-G.
- [11]. Corey, A. T. (1954). The interrelation between gas and oil relative permeabilities. *Producers monthly*, 38-41.
- [12]. Johnson Jr, C. E. (1968). Graphical determination of the constants in the Corey equation for gas-oil relative permeability ratio, *Journal of Petroleum Technology*, 20(10): 1111-1113, doi:10.2118/2346-pa.
- [13]. Honarpour, M. M. (2018). *Relative permeability of petroleum reservoirs*. London, England: Routledge.
- [14]. Brooks, R. H., and Corey, A. T. (1966). Properties of porous media affecting fluid flow, *Journal of the irrigation and drainage division*, 92(2): 61-88, doi:10.1061/JRCEA4.0000425.
- [15]. Honarpour, M., Koederitz, L. F., and Harvey, A. H. (1982). Empirical equations for estimating two-phase relative permeability in consolidated rock, *Journal of Petroleum Technology*, 34(12): 2905-2908, doi:10.2118/9966-PA.
- [16]. Ibrahim, M. N. M., and Koederitz, L. F. (2000). Two-phase relative permeability prediction using a linear regression model, *SPE-65631-MS*, doi:10.2118/65631-MS.
- [17]. Al-Fattah, S. M. (2003). Empirical equations for water/oil relative permeability in Saudi sandstone reservoirs, *All Days*. Presented at the Nigeria Annual International Conference and Exhibition, Abuja, Nigeria. doi:10.2118/85652-ms.
- [18]. Shen, P., Zhu, B., Li, X.-B., and Wu, Y.-S. (2006). The influence of interfacial tension on water/oil two-phase relative permeability. *All Days*. Presented at the SPE/DOE Symposium on Improved Oil Recovery, Tulsa, Oklahoma, USA. doi:10.2118/95405-ms.
- [19]. Mosavat, N., Torabi, F., & Zarivnyy, O. (2013). Developing new Corey-based water/oil relative permeability correlations for heavy oil systems, *All Days*. Presented at the SPE Heavy Oil Conference-Canada, Calgary, Alberta, Canada, doi:10.2118/165445-ms.
- [20]. Xu, J., Guo, C., Jiang, R., and Wei, M. (2016). Study on relative permeability characteristics affected by displacement pressure gradient: Experimental study and numerical simulation, *Fuel (London, England)*, 163, 314-323. doi:10.1016/j.fuel.2015.09.049.
- [21]. Archer, J. S., and Wong, S. W. (1973). Use of a reservoir simulator to interpret laboratory waterflood data, *Society of Petroleum Engineers Journal*, 13(06): 343-347. doi:10.2118/3551-PA.
- [22]. Sigmund, P. M., and McCaffery, F. G. (1979). An improved unsteady-state procedure for determining the relative-permeability characteristics of heterogeneous porous media, (includes associated papers 8028 and 8777). *Society of Petroleum Engineers Journal*, 19(01): 15-28, doi.org/10.2118/6720-PA.
- [23]. Watson, A. T., Seinfeld, J. H., Gavalas, G. R., and Woo, P. T. (1980). History matching in two-phase petroleum reservoirs, *Society of Petroleum Engineers Journal*, 20(06): 521-532. doi:10.2118/8250-pa.
- [24]. Kulkarni, K. N., and Datta-Gupta, A. (2000). Estimating relative permeability from production data: A streamline approach, *SPE Journal*, 5(04): 402-411. doi:10.2118/66907-pa.
- [۲۵]. پروازدوانی، م.، مسیحی، م.، عباسی، س.، شهرآبادی، ع.، و کاظم‌زاده، ع. (۱۳۹۲). اصلاح توابع تراوایی نسبی حاصل از آزمایش‌های جابه‌جایی نفت-گاز در شرایط نزدیک امتزاجی با استفاده از مدل‌سازی معکوس، *پژوهش نفت*، ۲۳(۷۴): ۵۷-۷۱.
- [۲۶]. علیزاده، ا.، گنجه‌قزوینی، م.، نجاری‌لواسانی، ف. و سلیمی، م. ع. (۱۳۹۲). مقایسه روش عددی تطابق تاریخچه و روش تحلیلی JBN برای تخمین خواص ویژه سنگ مخزن در آزمایش سیلاب‌زنی در حالت ناپایا، *اکتشاف و تولید نفت و گاز*، ۵۴-۵۷.



[۲۷]. محمدی الموتی، ا.، غضنفری، م.، مسیحی، م. و گنجه قزوینی، م. (۱۳۹۳). مطالعه عوامل موثر بر تعیین تراوایی نسبی در مغزه‌های ترکیبی با استفاده از تطابق تاریخچه، سومین همایش علمی مهندسی مخازن هیدروکربوری و صنایع بالا دستی.

[28]. Civan, F. (2012). Porous Media Transport Phenomena, Nashville, TN: John Wiley & Sons.

[29]. Richmond, P. C., & Watson, A. T. (1990). Estimation of multiphase flow functions from displacement experiments, SPE Reservoir Engineering, 5(01): 121-127, doi.org/10.2118/18569-PA.

[30]. Ashrafi, M., Souraki, Y., & Torsaeter, O. (2012). Effect of temperature on athabasca type heavy oil-water relative permeability curves in glass bead packs, Energy and Environment Research, 2(2): 113-126, ISSN 1927-0569 E-ISSN 1927-0577.

[31]. Zhang, Y., Li, H., & Yang, D. (2012). Simultaneous estimation of relative permeability and capillary pressure using ensemble-based history matching techniques, Transport in Porous Media, 94, 259-276, doi:10.1007/s11242-012-0003-3.

[32]. Li, K., & Horne, R. N. (2001). An experimental and analytical study of steam/water capillary pressure, SPE Reservoir Evaluation & Engineering, 4(06): 477-482. doi:10.2118/75294-PA.

[33]. Sinnokrot, A. (1970). The effect of temperature on oil-water capillary pressure curves of limestones and sandstones, The Type: Thesis, Institute: Stanford University, 11.

[۳۴]. مریخ بیات، د. ف. (۱۳۹۳). الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرا ابتکاری، اول. تهران: سازمان انتشارات جهاد دانشگاهی واحد زنجان.

[35]. Chierici, G. L. (1984). Novel relations for drainage and imbibition relative permeabilities, Society of Petroleum Engineers Journal, 24(03): 275-276. doi:10.2118/10165-pa.

[36]. Lomeland, F., Ebeltoft, E., and Thomas, W.H. (2005). A new versatile relative permeability correlation.

جدول پ-۱ داده‌های تاریخچه تولید اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه (فرآیند تخلیه) (۲۸ و ۲۹)

زمان (h)	افت فشار (پوند بر اینچ مربع)	افت فشار (P)	نفت تولیدی تجمعی (cc)
۰/۰۸۳۳	۴۵/۰۰	۳/۰۶۲۰	۱۰/۵۹
۰/۱۰۰۰	۴۳/۰۰	۲/۹۲۵۰	۱۱/۱۱
۰/۱۱۶۰	۳۸/۵۰	۲/۶۱۹۰	۱۱/۲۸
۰/۱۳۳۰	۳۶/۵۰	۲/۴۸۳۰	۱۱/۴۸
۰/۱۵۰۰	۳۳/۹۰	۲/۳۰۶۰	۱۱/۸۴
۰/۱۶۶۰	۳۲/۸۰	۲/۲۳۱۰	۱۲/۰۵
۰/۳۳۰۰	۲۷/۸۰	۱/۸۹۱۰	۱۲/۶۲
۰/۵۰۰۰	۲۵/۰۰	۱/۷۰۱۰	۱۲/۸۲
۰/۶۶۰۰	۲۳/۷۰	۱/۶۱۲۰	۱۳/۱۰
۰/۸۳۳۰	۲۲/۶۰	۱/۵۳۷۰	۱۳/۲۶
۱/۶۶۰۰	۲۰/۶۰	۱/۴۰۱۰	۱۳/۴۷

جدول پ-۲ داده های تاریخچه تولیدی اندازه گیری شده در آزمایشگاه (فرآیند آشام) (۲۸ و ۲۹)

زمان (h)	افت فشار (پوند بر اینچ مربع)	افت فشار (P)	نفت تولیدی تجمعی (cc)
۰/۱۶۶۰	۰/۵۷	۰/۰۳۸۷	۳/۰۲
۰/۲۵۰۰	۰/۵۰	۰/۰۳۴۰	۳/۵۱
۰/۳۳۳۰	۰/۴۵	۰/۰۳۰۶	۳/۶۳
۰/۴۱۶۰	۰/۴۴	۰/۰۲۹۹	۳/۸۲
۰/۵۰۰۰	۰/۴۳	۰/۰۲۹۲	۳/۹۵
۰/۸۳۳۰	۰/۴۱	۰/۰۲۷۸	۴/۱۵
۱/۱۶۰۰	۰/۳۹	۰/۰۲۶۵	۴/۳۰
۱/۶۶۶۰	۰/۳۸	۰/۰۲۵۸	۴/۴۰
۲/۵۰۰۰	۰/۳۷	۰/۰۲۵۱	۴/۴۷

جدول پ-۳ بازه جست و جوی مقادیر بهینه پارامترهای مدل Corey

تخلیه	$N_w$	$kr_w^*$	$N_o$	$kr_o^*$	A	$N_c$	B
		[۰-۵/۰]	[۰/۶۳-۰/۶۹]	[۰-۵/۰]	[۰/۹۷-۱/۰]	[۰/۰۱-۲/۰]	[۰-۵/۰]
آشام	$N_w$	$kr_o^*$	$N_o$	$kr_o^*$	A	$N_c$	B
	[۰-۵/۰]	[۰/۲۶-۰/۳۰]	[۰-۵/۰]	[۰/۸۵-۰/۹۹]	[۰/۰۵۵-۰/۰۵۷]	[۰-۵/۰]	[۱/۰-۵/۰]

جدول پ-۴ بازه جست و جوی مقادیر بهینه پارامترهای مدل Brooks-Corey

تخلیه	$\lambda_w$	$kr_w^*$	$\lambda_o$	$kr_o^*$	$\lambda_{pc}$	$P_c$
		[۰-۱/۰]	[۰/۶۰-۰/۷۰]	[۰-۱/۰]	[۰/۸۵-۱/۰]	[۰-۱/۰]
آشام	$N_w$	$kr_w^*$	$N_o$	$kr_o^*$	m	$P_m$
	[۰-۱/۰]	[۰/۲۵-۰/۳۰]	[۰-۱/۰]	[۰/۸۰-۰/۹۰]	[۰-۱/۰]	[۰/۰۱-۰/۰۸]

جدول پ-۵ نتایج بهینه سازی پارامترهای مدل Corey با استفاده از الگوریتم ژنتیک.

	Corey's model									
	$n_o$	$n_w$	$kr_w^*$	$kr_o^*$	A	$n_c$	B	MSE1	MSE2	
کران پایین	۰	۰	۰/۶۳	۰/۹۵	۰/۰۱	۰	۰/۰۱	-	-	
کران بالا	۵/۰	۵/۰	۰/۶۹	۱/۰	۲/۰	۵/۰	۲/۰	-	-	
تخلیه	تک هدفه	۴/۴۹	۲/۴۶	۰/۶۲	۰/۹۹	۱/۴۹	۵/۶۳	۰/۰۳۱	۰/۶۷۹۵	-
	چند هدفه	۲/۲۸	۳/۳۰	۰/۶۵	۰/۹۹	۱/۵۲	۳/۷۳	۰/۰۳۴	۰/۰۱۲۳	۵/۷۱۰۹
کران پایین	۰	۰	۰/۲۵	۰/۸۵	۰/۰۵۵	۰	۱/۰	-	-	
کران بالا	۵/۰	۵/۰	۰/۳۰	۰/۸۹	۰/۰۵۷	۵/۰	۵/۰	-	-	
آشام	تک هدفه	۲/۵۱	۱/۶۷	۰/۲۴	۰/۸۷	۰/۰۰۸	۳/۹۷	۰/۰۱۴	۰/۰۰۳۸	-
	چند هدفه	۱/۹۱	۳/۰۳	۰/۲۹	۰/۸۹	۰/۰۵۷	۰/۴۳	۰/۰۰۱۳	۰/۲۲۵	۰/۵۳۹

جدول پ-۶ نتایج بهینه‌سازی پارامترهای مدل Brooks-Corey با استفاده از الگوریتم ژنتیک

		Brooks-Corey's model								
		$\lambda_w$	$\lambda_o$	$\lambda_{p,m}$	$kr_w^*$	$kr_o^*$	$P_{cs} P_m$	MSE1	MSE2	
کران پایین		۰	۰	۰	۰/۶۰	۰/۸۰	۰/۰۱	-	-	
کران بالا		۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۰/۷۰	۱/۰۰	۲/۰۰	-	-	
تخلیه	تک هدفه	۰/۷۷	۰/۷۷	۲/۷۰	۰/۶۶	۰/۹۸	۰/۰۳۵۵	۰/۳۶۱۷	-	
	چند هدفه	۲/۴۷	۲/۴۷	۴/۲۹	۰/۶۶	۰/۹۸	۱/۶۴۳۶	۰/۲۴۸۸	۱/۲۰۹۰	
کران پایین		۰	۰	۰	۰/۲۵	۰/۸۴	۰/۰۴	-	-	
کران بالا		۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۱۰/۰۰	۰/۳۱	۰/۹۰	۰/۰۶	-	-	
آشام	تک هدفه	۰/۵۴	۰/۵۴	۰/۸۴	۰/۲۷	۰/۸۸	۰/۰۵۶۵	۰/۰۴۳۰	-	
	چند هدفه	۱/۴۹	۱/۴۹	۱/۱۳	۰/۳۰	۰/۸۸	۰/۰۵۶۵	۰/۳۹۹۹	۰/۱۰۱۶	

جدول پ-۷ مقادیر بهینه ضرایب مدل تکه‌ای پیوسته برای تراوایی نسبی آب به‌دست آمده از بهینه‌سازی چند هدفه در فرآیند آشام.

آب	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
a	۰/۱۲۱	۰/۰۴۹	۰/۱۲۹	۰/۰۶۸	۰/۱۵۵	۰/۲۳۰	۰/۱۰۴	۰/۱۰۵	۰/۱۲۵
b	۰/۱۷۳	۰/۱۷۳	۰/۱۴۶	۰/۱۸۷	۰/۱۰۰	۰/۰۰۰	۰/۲۰۹	۰/۲۰۷	۰/۱۶۱
c	۰/۰۰۰	-۰/۰۰۳	۰/۰۰۹	-۰/۰۱۱	۰/۰۴۰	۰/۱۱۰	-۰/۰۵۷	-۰/۰۵۶	-۰/۰۰۹
d	۰/۰۰۰	۰/۰۰۸	-۰/۰۱۰	۰/۰۱۱	-۰/۰۲۸	-۰/۰۷۰	۰/۰۱۴	۰/۰۱۳	-۰/۰۰۴

جدول پ-۸ مقادیر بهینه ضرایب مدل تکه‌ای پیوسته برای تراوایی نسبی نفت به‌دست آمده از بهینه‌سازی چند هدفه در فرآیند آشام.

نفت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
a	۰/۰۸۳	۰/۱۷۱	۰/۰۸۳	۰/۱۷۶	۰/۱۴۰	۰/۰۸۳	۰/۰۴۴	۰/۰۸۲	۰/۱۰۹
b	۰/۶۲۴	۰/۶۲۴	۰/۶۵۳	۰/۵۹۱	۰/۶۲۷	۰/۷۰۳	۰/۷۶۷	۰/۶۹۱	۰/۶۳۰
c	-۱/۶۱۵	-۱/۶۱۵	-۱/۶۱۸	-۱/۶۰۴	-۱/۶۱۶	-۱/۶۵۰	-۱/۶۸۶	-۱/۶۳۵	-۱/۵۸۷
d	۰/۸۷۶	۰/۸۷۶	۰/۸۷۷	۰/۸۷۳	۰/۸۷۶	۰/۸۸۶	۰/۸۹۷	۰/۸۸۰	۰/۸۶۱

جدول پ-۹ مقادیر بهینه ضرایب مدل تکه‌ای پیوسته برای فشار موینگی به‌دست آمده از بهینه‌سازی چند هدفه در فرآیند آشام

موینگی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
a	۰/۰۰۳	۰/۰۱۴	۰/۰۱۸	۰/۰۱۱	۰/۰۰۳	۰/۰۱۹	۰/۰۱۶	۰/۰۱۵	۰/۰۱۳
b	۰/۰۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱	۰/۰۰۶	۰/۰۱۴	-۰/۰۰۷	-۰/۰۰۲	-۰/۰۰۱	۰/۰۰۶
c	-۰/۰۴۶	-۰/۰۴۶	-۰/۰۴۶	-۰/۰۴۷	-۰/۰۴۹	-۰/۰۴۰	-۰/۰۴۳	-۰/۰۴۴	-۰/۰۴۹
d	۰/۰۵۷	۰/۰۵۷	۰/۰۵۷	۰/۰۵۷	۰/۰۵۷	۰/۰۵۵	۰/۰۵۶	۰/۰۵۶	۰/۰۵۸



## Special Issues on Water-based EOR

Petroleum Research

Petroleum Research, 2024(June-July), Vol. 34, No. 135, 16-18

DOI: 10.22078/pr.2024.5266.3337

# Using Multi-Objective Optimization Genetics Algorithm for Co-estimation of Saturation Functions by Piecewise Model

Majid Sheshbolouki, Hossein Kheirollahi and Elnaz Khodapanah\*

Faculty of Petroleum and Natural Gas Engineering, Sahand Oil and Gas Research Institute, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

khodapanah@sut.ac.ir

DOI: 10.22078/pr.2024.5266.3337

Received: October/01/2023

Accepted: April/09/2024

### Introduction

Saturation functions have a critical role in describing the flow of hydrocarbon in porous media, production forecasting and predicting the response of EOR implementation [1].

In the literature, several experimental methods have been employed to measure the flow functions, including laboratory steady state and unsteady state core flooding tests. Moreover, a few mathematical techniques such as JBN and history matching were utilized to estimate the flow function curves [2-6].

The main objective of the current study is to present a novel piecewise model for history matching and compare the performance of the proposed model with Corey and Brooks-Corey empirical models. To do so, the non-dominated sorting genetic algorithm is utilized to find the optimum solution by simultaneously defining the pressure drop and cumulative oil production as objective function.

### Data Preparation

The available data comprises water flooding in two core samples including: 1) strongly water-wet 2) strongly oil-wet [7-8]. Core sample geometry and several rock and fluid properties (e.g., porosity, absolute permeability, and water/oil viscosity) are reported. The fluid was injected into the samples at the rates of 0.36 and 2.00 cubic feet per minute, respectively. In addition, the production history and pressure drop were recorded during the water flooding. Moreover, the simulation model of the core sample is depicted in Fig. 1.

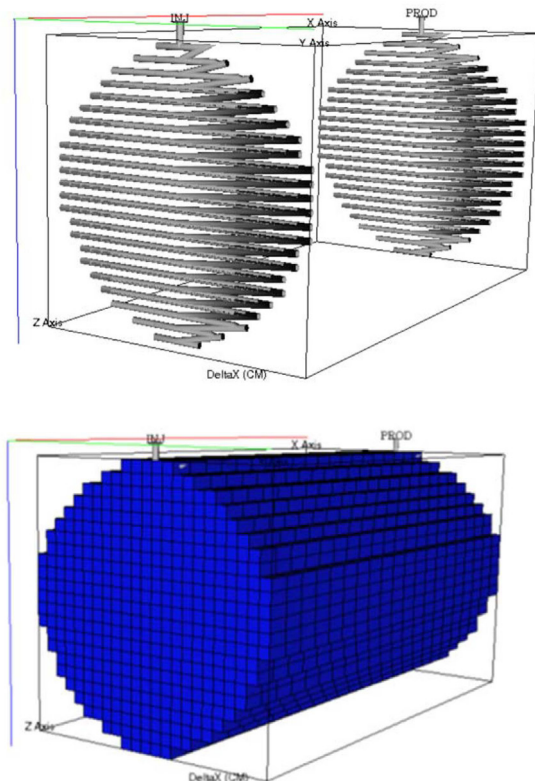


Fig. 1 Simulation model of the core sample.

### Materials and Methods

#### History Matching the Empirical Models

History matching technique are usually used to estimate/reproduce the cumulative fluid production

and pressure drop data observed from the porous media by tuning the parameters within the simulation model. This ensures that the simulation model accurately represents the actual behavior of the porous media [6].

### Piecewise Model

Several regression and interpolation methods can be employed to estimate the values that lie between known data points. Piecewise method is an interpolation technique that fits a different cubic polynomial between each pair of data points of the curves (Equation 1).

$$f(S_D) = aS_D^3 + bS_D^2 + cS_D + d \quad (1)$$

In this equation,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  and  $d$  denote the local coefficients for each interval,  $S_D$  represents normalized water saturation, and  $f$  represents the saturation function, i.e., water/oil relative permeability and water-oil capillary pressure.

Therefore, each interval has four local coefficients. However, the coefficients  $b$ ,  $c$  and  $d$  can be calculated as functions of  $a$  using the following equations [7].

$$d_{i+1} = (a_i - a_{i+1})S_D^3 + d_i \quad \text{for } i=1,2,3,\dots,N-1 \quad (2)$$

$$c_{i+1} = -3(a_i - a_{i+1})S_D^2 + c_i \quad \text{for } i=1,2,3,\dots,N-1 \quad (3)$$

$$b_i = -3(a_i - a_{i+1})S_D + b_{i+1} \quad \text{for } i=N-1,\dots,2,1 \quad (4)$$

These equations can be derived and generalized to water/oil relative permeability and oil-water capillary pressure. Afterward, an optimization algorithm (e.g. genetics algorithm) can be utilized to seek for the optimum value for the model coefficients.

### Multi-Objective Genetics Algorithm

Optimization process is called as a search to find the optimum solution. Conventional single-objective optimization problems lead to find a single optimal solution. In addition, another branch of optimization known as multi-objective optimization deals with the situations in which several competing objectives must be optimized simultaneously. Multi-objective genetics algorithm seeks for a set of solutions called Pareto front or Pareto set that represent trade-offs between the conflicting objectives [9].

### Results and Discussion

In this research, core flooding data for two different cases (strongly water-wet and strongly oil-wet) are used and history matching technique is utilized to adjust and generate saturation function curves. Therefore, several empirical and mathematical models are considered and the tuning parameters of these models are obtained using genetic optimization algorithm. Fig. 2 shows the results of different models after completing the history matching process for imbibition data. As can be seen, the piece-wise model provides a good solution in comparison with the other models. In addition, the adjusted and generated flow functions are represented in Fig. 3 and compared with the experimental laboratory data.

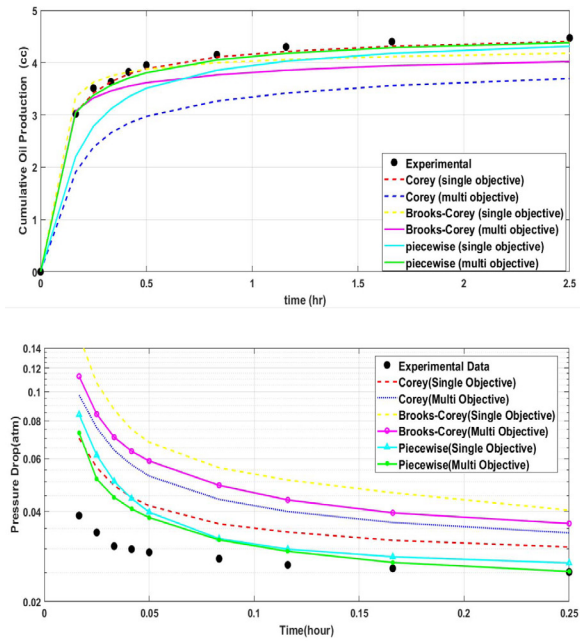


Fig. 2 History matching results for the production data (left) and pressure drop (right) using different models.

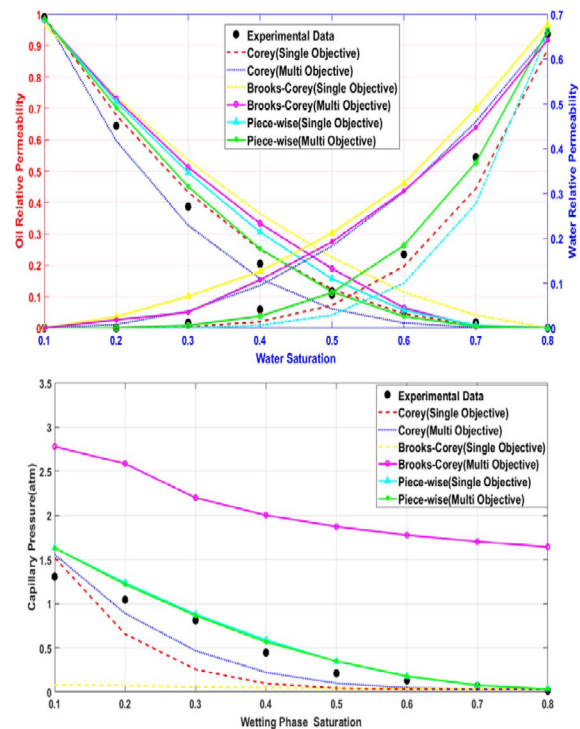


Fig. 3 Adjusted relative permeability (left) and capillary pressure (right) curves.

Table 1 shows the results of different models. Overall, the results showed that the single objective optimization, i.e., considering cumulative oil production as an objective function, provides a good fit for Corey's model (R-squared=99.56%) and single and multi-objective optimization lead to the best fits, respectively, with the accuracies of 99.57% and 99.16% for piecewise model during the imbibition process.

**Table 1** Performance of different models.

	Imbibition				Drainage			
	Single Objective		Multi-Objective		Single Objective		Multi-Objective	
	mse	$R^2$	mse	$R^2$	mse	$R^2$	mse	$R^2$
Corey	0.0038	0.9956	0.5390	0.9945	0.6795	0.9852	5.7109	0.9934
Brooks-Corey	0.0430	0.9946	0.1016	0.9926	0.3617	0.9746	1.2090	0.9881
Piecewise	0.2041	0.9957	0.1484	0.9916	0.9919	0.9932	0.5544	0.9985

Moreover, the drainage history matching results showed that the piecewise model exhibits the best performance employing the single objective and multi-objective optimization algorithms with the accuracies of 99.32% and 99.85%, respectively.

### Conclusions

In this research, history matching technique was performed using optimization genetic algorithms to adjust the parameters of the proposed piecewise model based on laboratory water flooding data (pressure drop and cumulative oil production) and the results of core flooding simulation were compared. Afterwards, the results were compared with those obtained using several empirical models (i.e., Corey and Brooks-Corey models).

The results showed that both single and multi-objective optimization algorithms provide the best fits, respectively, with the accuracies of 99.57% and 99.16% for the piecewise model during the imbibition process. Moreover, the drainage history matching results showed that the piecewise model exhibits the best performance employing both single objective and multi-objective optimization algorithms with the accuracies of 99.32% and 99.85%, respectively. Hence, we propose this model as an appropriate model for estimating flow functions.

### References

- Honarpour, M., Koederitz, L. F., & Harvey, A. H. (1982). Empirical equations for estimating two-phase relative permeability in consolidated rock, *Journal of Petroleum Technology*, 34(12): 2905–2908. doi:10.2118/9966-PA.
- Sakhaei, Z., Azin, R., & Osfouri, S. (2017). Optimization of Empirical and Analytical Relative Permeability Correlations in Oil - Water Systems, *Journal: Petroleum Research*, 27(96–1): 186–199. doi:10.22078/pr.2017.1789.1872.
- Brooks R. H., & Corey A. T. (1966). Properties of porous media affecting fluid flow, *Journal of the Irrigation and Drainage Division*, 92(2): 61–88. doi:10.1061/JRCEA4.0000425.
- Archer, J. S., & Wong, S. W. (12 1973). Use of a reservoir simulator to interpret laboratory waterflood data, *Society of Petroleum Engineers Journal*, 13(06): 343–347, doi:10.2118/3551-PA.
- Sigmund, P. M., & McCaffery, F. G. (1979). An improved unsteady-state procedure for determining the relative-permeability characteristics of heterogeneous porous media (includes associated papers 8028 and 8777). *Society of Petroleum Engineers Journal*, 19(01): 15-28, doi.org/10.2118/6720-PA.
- Zhang, Y., Li, H., & Yang, D. (2012). Simultaneous estimation of relative permeability and capillary pressure using ensemble-based history matching techniques. *Transport in Porous Media*, 94(1): 259–276. doi:10.1007/s11242-012-0003-3.
- Civan, F. (2012). *Porous Media Transport Phenomena*. Nashville, TN: John Wiley & Sons.
- Richmond, P. C., & Watson, A. T. (1990). Estimation of multiphase flow functions from displacement experiments, *SPE Reservoir Engineering*, 5(01): 121-127, doi.org/10.2118/18569-PA.
- Yang, X.-S. (2010). *Engineering optimization [PDF]*. doi:10.1002/9780470640425.